

TU - Berlin Fachbereich 1
Institut für Kommunikationswissenschaft
Fachgebiet Kommunikationswissenschaftliche Grundlagen von Sprache und Musik

Script

Einführung in die Kommunikationstechnik

Teil 2

(von 2)

Version 0.84

Prof. Dr. M. Krause
überarbeitet und ergänzt (SS 2001 - 2004)
von C. Bradter
(basierend auf Aufl. 3, SS 1993)

Inhalt

13.	Pegel	3
13.1.	Logarithmisches Verhältnis, Dezibel	3
13.2.	Absolute und relative Pegel	3
14.	Spektrale Darstellung elektrischer Größen	5
14.1.	Übertragungsfunktion	5
14.2.	Spektrale Darstellung elektrischer Größen	6
14.3.	Abschätzen des Betragsfrequenzgangs	8
15.	Elektrische Filter	10
15. 1.	Filtertypen	10
15. 2.	Bereiche des Übertragungsverhaltens	13
15. 3.	Kenngößen von Filtern	13
15. 4.	Kombination von Filtern	16
15. 5.	Zusammengesetzte Übertragungsfunktionen	17
15. 6.	Filterentwurf	18
16.	Frequenzgang von Schwingkreisen	19
16.1.	Kenngößen des Serienschwingkreis	19
16. 2.	Impedanz-, Strom- und Spannungsverlauf am Serienschwingkreises.	19
16. 3.	Kenngößen des Parallelschwingkreises	22
16. 4.	Impedanz- und Stromverlauf am Parallelschwingkreises.	22
17.	Nichtlineare Bauelemente	25
17. 1.	Halbleiter	25
17.2.	Die Diode	26
17.3.	Die Dioden - Kennlinie	28
17. 4.	Die Diode als Gleichrichter	29
17.5.	Der Transistor	30
16. 6.	Transistor-Grundsaltungen	31
18.	Verstärker	35
18. 1.	Verstärkungs-Vierpole	35
18. 2.	Rückgekoppelte Verstärker-Vierpole	35
18. 3.	Operationsverstärker	37
18. 4.	Der invertierende Verstärker	38
17. 5.	Der nicht - invertierende Verstärker	40
18. 6.	Anwendungsbeispiele	40

13. Pegel

13.1. Logarithmisches Verhältnis, Dezibel

Neben der direkten Wertangabe können Größen auch als Verhältnis ihres Wertes zu einem definierten Referenzwert angegeben werden. Dieses Verhältnis zweier Leistungen, zweier Spannungen oder zweier Ströme zueinander wird gerne mit einem logarithmischen Maß ausgedrückt. Das hat den Vorteil, daß man einen weiten Bereich, über mehrere Zehnerpotenzen hinweg, mit einfachen, zwei- oder dreistelligen Zahlen erfassen kann.

Als Maß für das Leistungsverhältnis wurde die Bel-Zahl definiert. Gebräuchlich ist die Einheit Dezibel dB. Ein Bel ist 10 Dezibel.

$$\text{Bel-Zahl} = \log\left(\frac{P_a}{P_e}\right) \quad \text{bzw.} \quad \text{dB-Zahl} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a}{P_e}\right)$$

Es handelt sich um eine reine Zahlenabgabe (dimensionslos). Daher ist dB keine echte Einheit, sondern eine sog. Pseudoeinheit.

Da sich die Leistungen an einem Widerstand wie die Quadrate der dazugehörigen Spannungen verhalten, ergibt sich eine weitere Definition der dB-Zahl. Die Dezibel-Zahl ist gleich dem Zwanzigfachen des gewöhnlichen Logarithmus des Spannungsverhältnisses:

$$\frac{P_a}{P_e} = \left(\frac{U_a}{U_e}\right)^2 \quad \rightarrow \quad \text{dB-Zahl} = 20 \cdot \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$$

Verhältnis	Spannung: $\text{dB-Zahl} = 20 \cdot \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$	Leistung: $\text{dB-Zahl} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a}{P_e}\right)$	Für Leistungen entspricht eine Zehnerpotenz zwischen Referenzleistung und Vergleichsleistung 10 dB
0.01	-40dB	-20dB	
0.1	-20dB	-10dB	.
0.5	-6dB	-3dB	Für Spannungen entspricht eine Zehnerpotenz zwischen Referenzspannung und Vergleichsspannung 20 dB.
1	0	0	
2	+6dB	+3dB	
10	+20dB	+10dB	
100	+40dB	+20dB	
1000	+60dB	+30dB	

13.2. Absolute und relative Pegel

DB-Zahlen drücken ein Verhältnis aus. Möchte man sich auf absolute Werte beziehen, benutzt man als Bezug für P_e bzw. U_e normierte Referenzwerte. Dann erhält man als dB-Zahl sog. Pegelwerte L. Zur Kennzeichnung erhalten diese, bzw. die zugehörigen dB-Werte einen Index. Gebräuchlich sind:

Bezeichnung	Kurzzeichen	Bezugswert
Absoluter Spannungspegel L_u	dB_u (veraltet auch dB_m)	0,775V
Absoluter Spannungspegel L_v	dB_v (auch dB_V , $dB(V)$)	1V
Absoluter Leistungspegel L_m oder L_p	dB_m	1mW

Möchte man z.B. eine Spannung von 8 Volt als absoluten Pegel ausdrücken, ist der Bezugswert zu beachten. Es gilt:

$$L_v = 20 \cdot \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{8V}{1V}\right) = 18 \text{ dB}_v \quad \text{aber} \quad L_u = 20 \cdot \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{8V}{0,775V}\right) = 20,3 \text{ dB}_v$$

Der Leistungspegel L_p (dB_m) bezieht sich auf 1mW. Bezieht man diese Größe auf den im Rundfunkbereich früher üblichen Abschlußwiderstand von $R = 600\Omega$, erhält man einen Bezugswert für die Spannung von 0.775V. Aus diesem Zusammenhang erklärt es sich, daß dB_m sowohl für den absoluten Leistungspegel ($P_{ref} = 1mW$) als auch für den absoluten Spannungspegel ($U_{ref} = 0.775V$) benutzt wurde. Um Verwechslungen zu vermeiden, wird heute für den absoluten Spannungspegel mit $U_{ref} = 0.775V$ L_u (dB_u) geschrieben.

$$P_a = 20W \quad L_p = 10 \cdot \log\left(\frac{P_a}{P_e}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{20W}{0,001mW}\right) = 43 \text{ dB}_m$$

$$P = \frac{U_a^2}{R} \quad U_a = \sqrt{P_a \cdot R} = \sqrt{20W \cdot 600\Omega} = 110V$$

$$U_a = 110V \quad L_u = 20 \cdot \log\left(\frac{U_a}{U_e}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{110V}{0,775V}\right) = 43 \text{ dB}_u$$

Häufig wird der Pegel relativ zu einem beliebigen Referenzwert angegeben. Der dB-Wert steht dann für die Abweichung zu diesem Bezugspegel und kann positive oder negative Werte annehmen. Die Umrechnung nach z.B. Spannungswerten geschieht nach den o. g. Formeln.

Ein Beispiel:

$$\text{Referenzwert } U_{Ref} = 15V \quad L_r = 6dB \text{ unter Referenzwert} = -6dB_r$$

$$-6dB = 20 \cdot \log\left(\frac{U_a}{U_{Ref}}\right) = 20 \cdot \log\left(\frac{U_a}{15V}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-6}{20} = \log\left(\frac{U_a}{U_{Ref}}\right) \quad \Leftrightarrow \quad 10^{\frac{-6}{20}} = \frac{U_a}{15V}$$

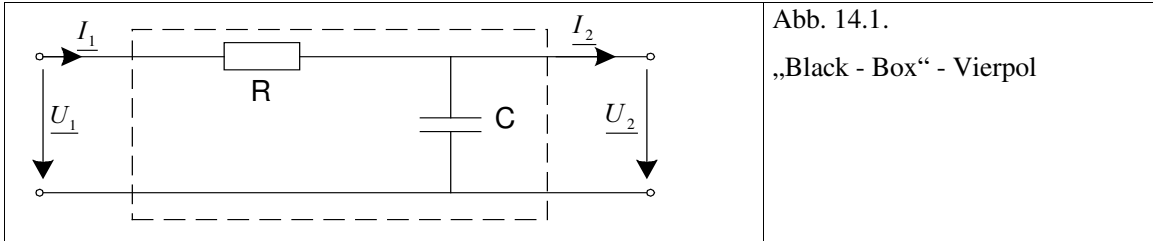
$$\Leftrightarrow \quad U_a = 15V \cdot 10^{\frac{-6}{20}} = 7.5V$$

Der relative Pegel wird gelegentlich mit dB_r bezeichnet. Es kann auch der Bezugswert mit einfließen ($dB(re15V)$).

14. Spektrale Darstellung elektrischer Größen

14.1. Übertragungsfunktion

Komplexe Netzwerke können auch unter einem systemtheoretischen Ansatz als „Black – Box“ - Modul, d.h. als unbekannter Kasten mit Ein- und Ausgängen und einem bestimmten Übertragungsverhalten verstanden werden.



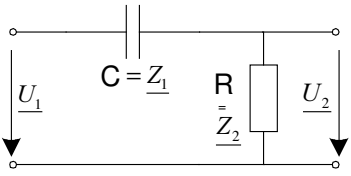
Zur Beschreibung des Übertragungsverhaltens von Vierpol – RLC - Netzwerken (je ein zweipoliger Ein- und Ausgang) wird das Verhältnis von Ausgangs- und Eingangsspannung benötigt:

$$V = \frac{U_2}{U_1}$$

Weitere relevante Größen sind die Eingangs- und Ausgangsimpedanz und das Verhältnis von Ausgangs- und Eingangsstrom.

Die Übertragungsfunktion V läßt sich analog zur Spannungsteilerregel herleiten. Unter der Voraussetzung, daß der Ausgang nicht belastet ist, gelten folgende Zusammenhänge:

Für ohmsche Widerstände gilt:	
	<p>Spannungsteilerregel:</p> $\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (\text{vergl. Kap. 4.4.})$
Für komplexe Widerstände gilt:	
	<p>Widerstand – Kondensator - Kombination</p> $V = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad \Big _* \frac{j\omega C}{j\omega C}$ $V = \frac{1}{1 + j\omega RC}$

	<p>Kondensator - Widerstand - Kombination</p> $\underline{V} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R}{\frac{1}{j\omega C} + R} \quad \left * \frac{j\omega C}{j\omega C} \right.$ $\underline{V} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$
---	--

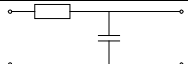
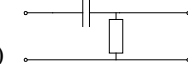
Das Übertragungsverhalten der Schaltungen kann mit Hilfe dieser Formeln abgeschätzt werden, indem man für ω Extremwerte ($\omega = 0$ (Gleichspannung) bzw. $\omega = \infty$ (sehr hohe Frequenz)) einsetzt.

Für die Widerstand - Kondensator – Kombination gilt:		
<p>Gleichspannung $\omega = 0$</p>	$ V = \left \frac{1}{1 + j \cdot 0} \right = 1$	$\frac{ U_1 }{ U_2 } = 1 \quad \text{bzw.} \quad U_1 = U_2 $
<p>Wechselspannung hoher Frequenz $\omega = \infty$</p>	$ V = \left \frac{1}{1 + j \cdot \infty} \right = 0$	$\frac{ U_1 }{ U_2 } = 0 \quad \text{bzw.} \quad U_2 = 0$
Für die Kondensator - Widerstand - Kombination gilt:		
<p>Gleichspannung $\omega = 0$</p>	$ V = \left \frac{j \cdot 0}{1 + j \cdot 0} \right = 0$	$\frac{ U_1 }{ U_2 } = 0 \quad \text{bzw.} \quad U_2 = 0$
<p>Wechselspannung hoher Frequenz $\omega = \infty$</p>	$ V = \left \frac{j \cdot \infty}{1 + j \cdot \infty} \right = 1$	$\frac{ U_1 }{ U_2 } = 1 \quad \text{bzw.} \quad U_1 = U_2 $

Diese Reihenschaltung aus Widerstand und Kondensator sperrt Eingangsspannungen hoher Frequenz und läßt Eingangsspannungen mit niedrigen Frequenzen hindurch. Diese Schaltung wird Tiefpass genannt. Werden Kondensator und Widerstand in Reihe geschaltet, verhält sich die Schaltung spiegelbildlich. Wechselspannung hoher Frequenz passieren sie ungedämpft, niedrige Frequenzen werden gedämpft. Diese Schaltung heißt Hochpass.

14.2. Spektrale Darstellung elektrischer Größen

Um Betrag und Phase der komplexen Übertragungsfunktion zu isolieren, wird die Formel in die Form $R + j \cdot X$ gebracht. Dann können über die bekannten trigonometrischen Funktion Betrag und Phase errechnet werden.

<p>Für die Widerstand – Kondensator – Kombination (Tiefpass)  gilt:</p>	
$\underline{V} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad \Big \cdot \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} \quad (\text{zur Eliminierung des Operators } j \text{ im Nenner, vergl. Kap. 8})$ $= \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC + j\omega RC - (j\omega RC)^2} = \frac{1 - j\omega RC}{1 - (j\omega RC)^2} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$ $= \frac{1}{1 + (\omega RC)^2} - j \cdot \frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$	
<p>Betrag: $V = V = \sqrt{R^2 + X^2}$</p> $ V = \sqrt{\left(\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2 + \left(-\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2}$ $= \sqrt{\frac{1}{(1 + (\omega RC)^2)^2}}$	<p>Phase: $\Phi = \arctan \frac{X}{R}$</p> $\Phi = \arctan \frac{-\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}}{\frac{1}{1 + (\omega RC)^2}} = -\arctan(\omega RC)$
<p>Für die Kondensator – Widerstand – Kombination (Hochpass)  gilt:</p>	
$\underline{V} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad \Big \cdot \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} \quad (\text{zur Eliminierung des Operators } j \text{ im Nenner, vergl. Kap. 8})$ $= \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{j\omega RC - (j\omega RC)^2}{1 - j\omega RC + j\omega RC - (j\omega RC)^2} = \frac{j\omega RC + (\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}$ $= \frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2} + j \cdot \frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}$	
<p>Betrag: $V = V = \sqrt{R^2 + X^2}$</p> $ V = \sqrt{\left(\frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2 + \left(\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}\right)^2}$ $= \sqrt{\frac{1}{(1 + (\omega RC)^2)^2}}$	<p>Phase: $\Phi = \arctan \frac{X}{R}$</p> $\Phi = \arctan \frac{\frac{\omega RC}{1 + (\omega RC)^2}}{\frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2}} = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right)$

Sowohl der Betrag, als auch die Phase (Differenz der Phasenwinkel von Aus- und Eingangsspannung) des Übertragungsfaktors besitzen demnach eine starke Abhängigkeit von der Kreisfrequenz ω und damit von der Frequenz f .

Für die graphische Darstellung derartiger Zusammenhänge, wie z.B. komplexe Übertragungsfaktoren, Spannungen oder Impedanzen, werden sowohl für die Betrags- als auch die Frequenzachse logarithmische Skalen verwendet. So kann ein großer Frequenzbereich dargestellt werden. Der Verlauf

des Betrages der Übertragungsfunktion wird über den Pegel (dB Umrechnung) über mehrere Zehnerpotenzen abgebildet. Diese Art der Darstellung wird Betrags-Frequenzgang genannt.

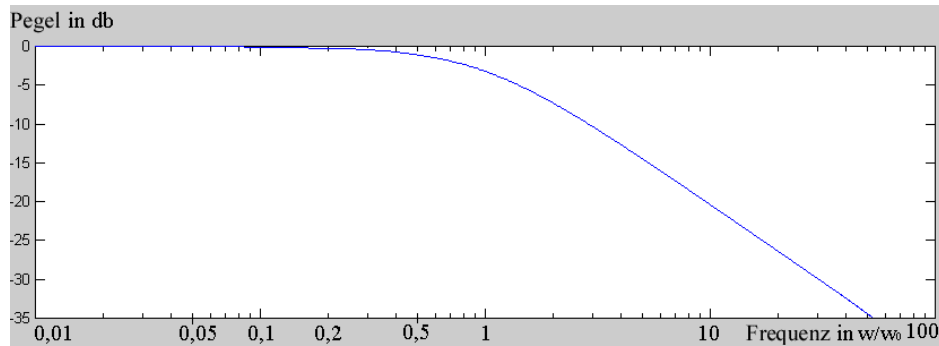


Abb. 14.3.:
Betrags -
Frequenzgang
für eine RC-
Kombination.

Da aufgrund der Periodizität trigonometrischer Funktionen keine Phasenwinkel größer $\pm 2\pi$ auftreten können, wird für die Darstellung der Phase weiterhin ein linearer Maßstab gewählt. Die Darstellung über der logarithmischen Frequenzachse wird Phasen-Frequenzgang genannt.

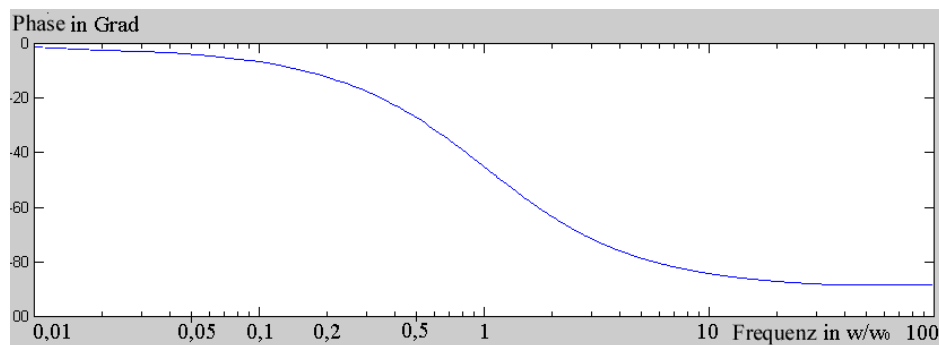


Abb. 14.3.:
Phasen -
Frequenzgang
für eine RC-
Kombination.

Die Darstellung von Phasen- und Betragsfrequenzgang in dieser Form wird Bode-Diagramm genannt.

14.3. Abschätzen des Betragsfrequenzgangs

Häufig reicht es aus den Betragsfrequenzgang abzuschätzen. Dazu werden drei Bereiche betrachtet und das Verhalten des RC-Netzwerkes in den Bereichen durch Geraden angenähert.

	<p>Der Betragsfrequenzgang errechnet sich aus:</p> $V = \frac{U_a}{U_e} = \sqrt{\frac{1}{(1 + (\omega RC)^2)}} = \sqrt{\frac{1}{(1 + (\omega\tau)^2)}} \quad \text{mit } \tau = RC$	
<p>Bereich 1: $\omega\tau \gg 1$ (Gerade 1)</p>	$\frac{U_a}{U_e} \approx \omega\tau$	<p>Abfall 6 dB/Oktave bzw. 20 dB/Dekade. (Frequenzverhältnisse: Oktave = 1 : 2, Dekade von 1:10). Bei der Verdoppelung der Frequenz halbiert sich der Pegel (-6 dB). Die Gerade besitzt die Steigung 0.5.</p>

Bereich 1: $\omega\tau \ll 1$ (Gerade 2)	$\frac{U_a}{U_e} \approx 0$	dB-Zahl gegen 0 dB. Es ergibt sich eine Asymptote zur $\omega\tau$ - Achse.
Bereich 1: $\omega\tau = 1$ (Schnittpunkt der Geraden)	$\frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	dB-Zahl = -3 dB. Bezeichnet den Schnittpunkt der Geraden (an der Stelle $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ auf der normierten Frequenzachse). Der Wert des Pegel liegt 3 dB unterhalb des Schnittpunktes.

Mit den beiden Geraden lässt sich der Frequenzgang skizzieren.

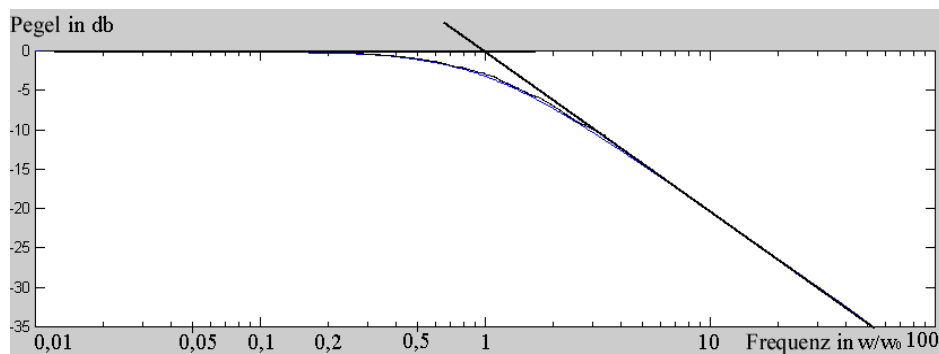


Abb. 14.3.:
Angenäherter
Frequenzgang
für eine RC-
Kombination.

Der Tiefpass lässt Eingangsspannungen (oder Ströme) mit niedriger Frequenzen (unterhalb von $f = \omega\tau$) nahezu ungehindert hindurch. Oberhalb $f = \omega\tau$ nimmt die Ausgangsspannung (oder der Strom) mit 6 dB/Oktave gegenüber der Eingangsspannung mit steigender Frequenz ab.

Der Hochpass lässt Eingangsspannungen (oder Ströme) mit hohen Frequenzen (oberhalb von $f = \omega\tau$) nahezu ungehindert hindurch. Unterhalb $f = \omega\tau$ nimmt die Ausgangsspannung (oder der Strom) mit 6 dB/Oktave gegenüber der Eingangsspannung mit fallender Frequenz ab.

Diese Art von Schaltungen nennt man elektrische Filter, da sie nur bestimmte Frequenzen übertragen oder sperren.

15. Elektrische Filter

15.1. Filtertypen

Anhand der Art des frequenzselektiven Eingriffs der verschiedenen Filterschaltungen können vier verschiedene Filtertypen unterschieden werden:

a. Tiefpass:

Tiefe Frequenzen werden nahezu unbeeinflusst durchgelassen, hohe Frequenzen werden unterdrückt.

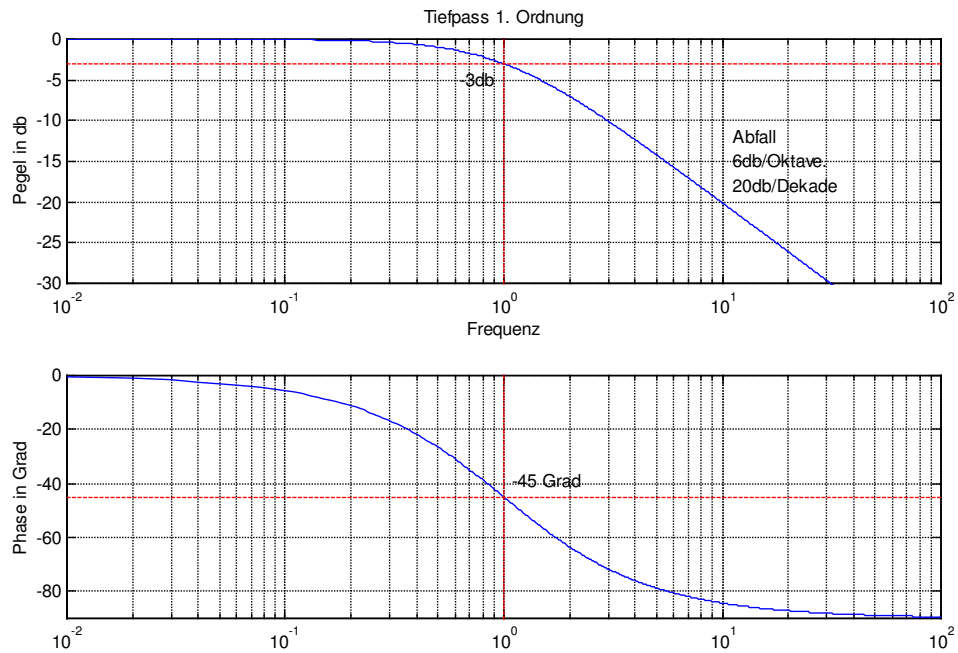
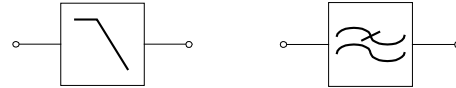


Abb. 15.1.: Symbol und Bodediagramm Tiefpass

b. Hochpass:

Hohe Frequenzen werden nahezu unbeeinflusst durchgelassen, tiefe Frequenzen werden unterdrückt.



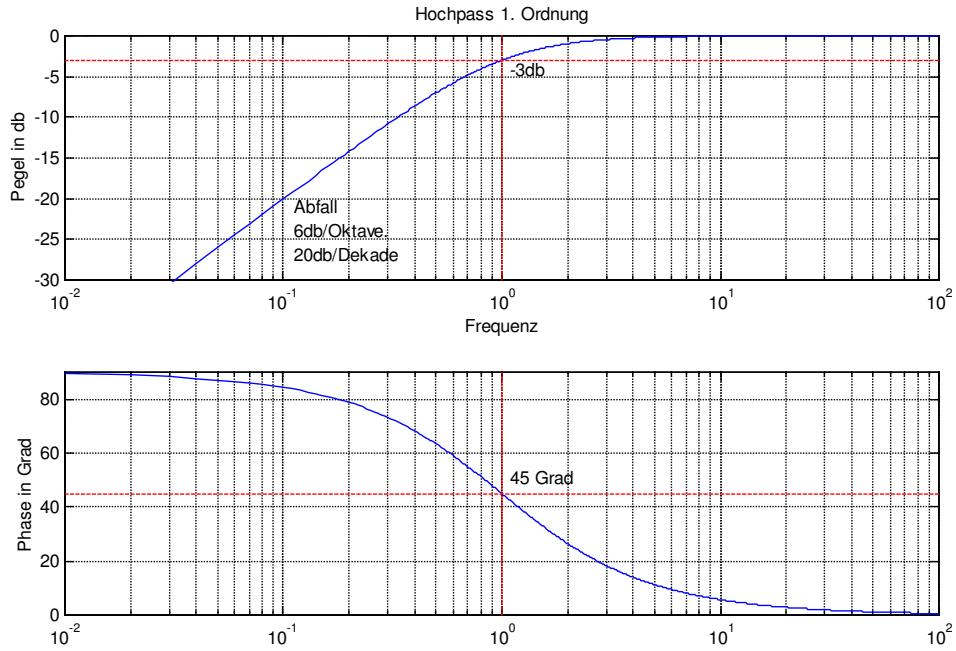
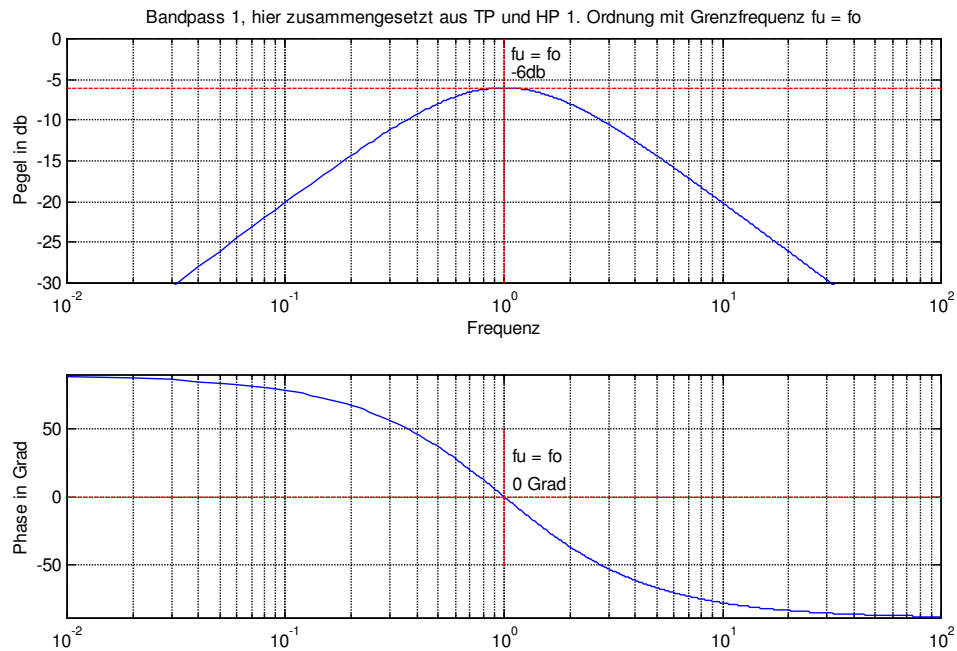
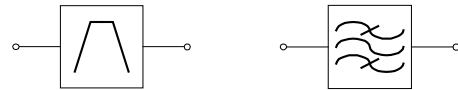


Abb. 15.2.: Symbol und Bodediagramm Hochpass

c. Bandpass:

Nur ein bestimmter Frequenzbereich wird durchgelassen, Frequenzen außerhalb dieses Bereiches werden unterdrückt. f_u = untere Grenzfrequenz, f_o = obere Grenzfrequenz.



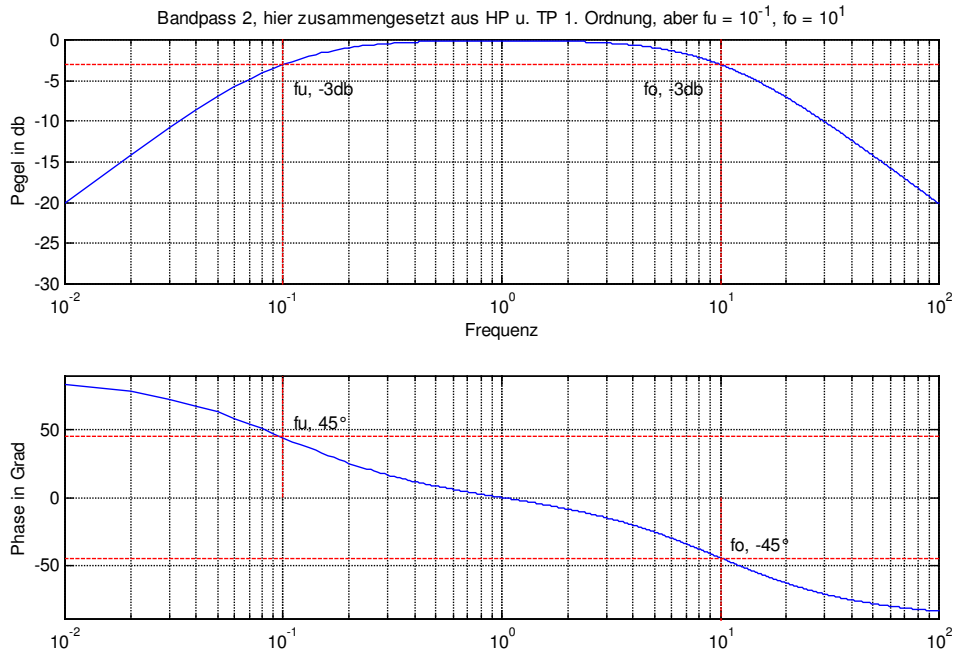


Abb 15.3.: Symbol und Bodediagramme zum Bandpass

d. Bandsperre:

Ein bestimmter Frequenzbereich wird unterdrückt, Frequenzen außerhalb dieses Bereiches werden durchgelassen. F_u = untere Grenzfrequenz, f_o = obere Grenzfrequenz.

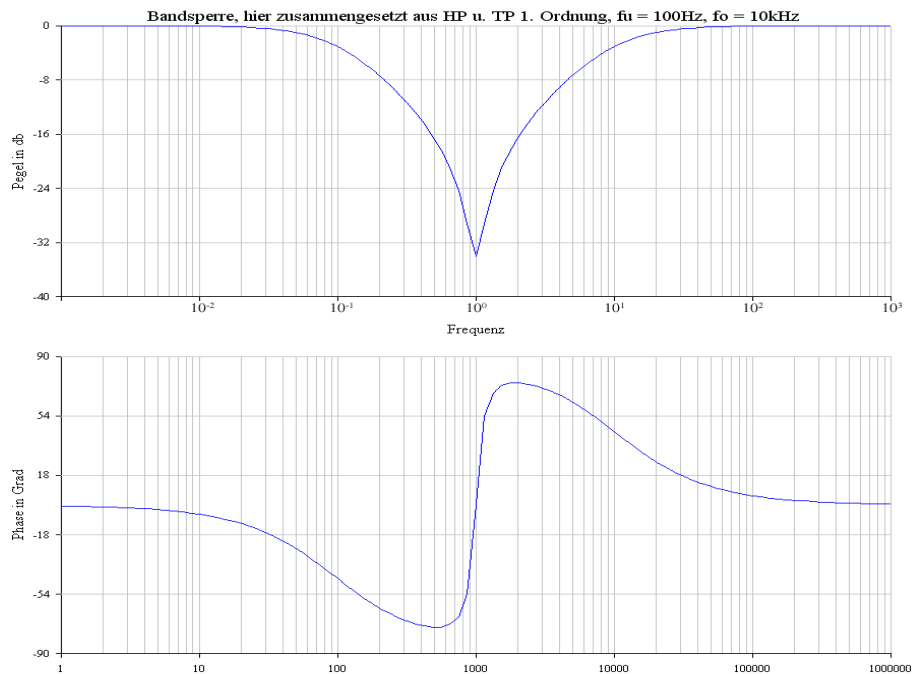


Abb. 15.4.: Symbol und Bodediagramm Bandsperre

Der Betragsfrequenzgang von Filtern wird in der Literatur auch als Amplituden-Frequenzgang bzw. Amplitudengang bezeichnet.

Zusätzlich zu den vier Filtertypen unterscheidet man analoge und digitale Filter und Mischformen (CCD-Filter). Filter werden weiterhin in aktive und passive Filter eingeteilt. Aktiv heißt in diesem Zusammenhang, daß sie aktive, in der Regel verstärkende oder impedanzwandelnde Bauelemente, wie Transistoren oder Operationsverstärker enthalten. Passive Filter sind dagegen in der Regel ausschließlich aus RLC-Bauelementen zusammengesetzt. Im folgenden wird nur die analoge Filterung von Spannungen und Strömen beschrieben.

15. 2. Bereiche des Übertragungsverhaltens

Der Amplitudengang der Filter wird in verschiedene Übertragungsbereiche eingeteilt. Für das Beispiel des Bandpasses gilt:

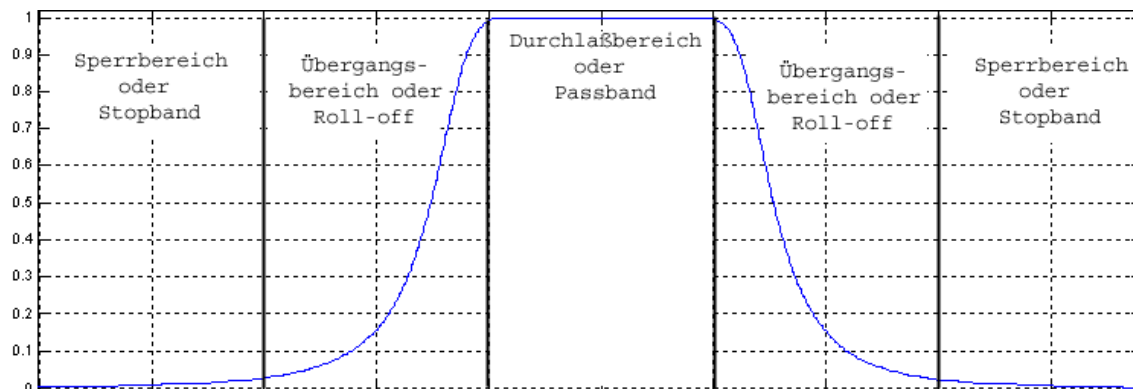


Abb. 15.5.: Zu unterscheidende Bereiche eines Bandpass-Filters

Der Durchlaßbereich ist der Frequenzbereich, in dem das Eingangssignal das Filter mit minimaler Dämpfung passieren kann. Der Sperrbereich ist der Frequenzbereich, in dem das Signal durch das Filter um mindestens einen bestimmten Faktor abgesenkt wird. Dazwischen liegen die Übergangsbereiche, in denen das Signal in zunehmendem Maße durch das Filter beeinflusst wird.

15. 3. Kenngrößen von Filtern

1. Grenzfrequenz:

Die Grenzfrequenz (auch Knickfrequenz) f_0 (bzw. ω_0) ist definiert als diejenige Frequenz, bei der der Amplituden-Frequenzgang auf einen definierten Wert abgesunken ist. Üblich, bei einfacheren Filtern,

ist $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (bzw. -3 dB), bei komplexeren Filtern kommen auch andere Werte zum Einsatz. Dies wird

dann angegeben.

Die Betragsfunktion eines Tiefpasses 1. Ordnung lautet:

$$V = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0 RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0 \tau)^2}} \quad | \text{ mit } \tau = R \cdot C$$

Für die Grenzfrequenz gilt:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_0 \tau)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Damit $\sqrt{1 + (\omega_0 \tau)^2} = \sqrt{2}$ gilt, muß $\omega_0 \cdot \tau = 1$ sein.

Für f_0 gilt daher

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{1}{2\pi RC}$$

Bei Bandpässen und -sperren existiert eine obere und eine untere Grenzfrequenz f_u bzw. f_o und eine Mittenfrequenz f_m . Die Mittelfrequenz gibt die Mitte des Durchlaßbereiches an.

2. Flankensteilheit

Die Flankensteilheit gibt an, wie schnell im Übergangsbereich der Pegel des Amplitudenfrequenzganges ab- bzw. zunimmt. Ein analoger Filter 1. Ordnung hat die Flankensteilheit von 6dB/Oktave bzw. 20 dB/Dekade. Je größer der dB-Wert pro Frequenzeinheit, desto steilflankiger ist der Filter. Üblich sind Werte in Schritten von 6 dB/Okt. (6, 12, 18, 24, 48dB/Okt.) entsprechend einer Kaskadierung von einfachen RC-Filtern 1. Ordnung. Es können jedoch auch Filter mit beliebigen anderen Werte konstruiert werden.

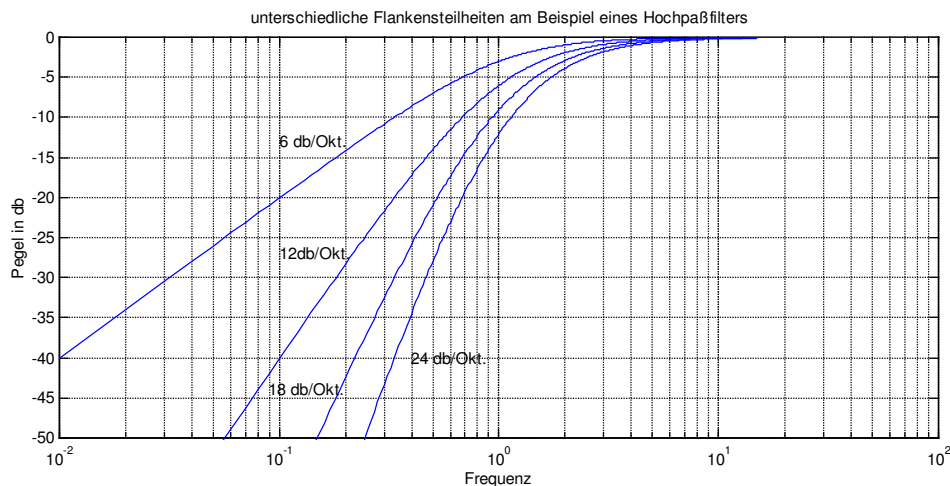


Abb. 15.6.: Flankensteilheiten eines Hochpassfilters

3. Ordnung

Die Ordnung gibt an, wieviel Filtergrundbausteine oder (z.B. bei digitalen Filtern) Koeffizienten an der Filterkonstruktion beteiligt sind. Die Angabe der Ordnung bezieht sich somit auf die Komplexität der Filter. Bei einfacheren Filtern ergibt sich ein direkter Zusammenhang zwischen Ordnung und Flankensteilheit. Pro Ordnungszahl ist eine Flankensteilheit von 6 dB/Okt. anzusetzen. Ein Filter 4. Ordnung hat danach eine Flankensteilheit von 24 dB/Okt. (Kaskadierung von 4 einfachen Filtern 1.

Ordnung). Dieser Zusammenhang zwischen Ordnungszahl und Flankensteilheit ist jedoch nur unter bestimmten Umständen gegeben, da andere Merkmale des Filteraufbaus sich ebenfalls auf die Flankensteilheit auswirken.

4. Bandbreite

Beim Bandpass und der Bandsperre definiert die Bandbreite denjenigen Bereich, der durchgelassen bzw. gesperrt wird. Die Definition der Bandbreite ist dabei nicht einheitlich. Häufig wird der Bereich zwischen f_u und f_o angegeben. Bei der Bandsperre kann sich die Bandbreite auch auf Sperrbereich beziehen. Sie definiert dann den Bereich der maximalen Dämpfung (vergl. Abb. 15.7.).

Eine weitere Variante ist der Begriff der **äquivalenten Bandbreite**. Er steht für ein fiktives Filter mit rechteckförmigem Amplitudenfrequenzgang, bei dem Durchlaß- bzw. Sperrbereich die gleichen Flächeninhalte wie das zu untersuchende Filter aufweisen.

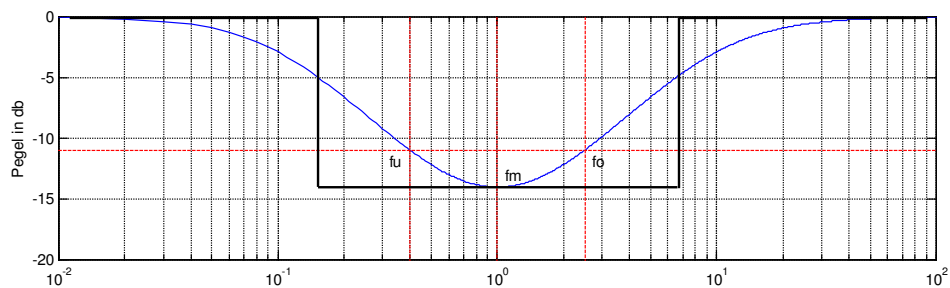


Abb. 15.7.: Mögliche Bandbreite und äquivalente Bandbreite bei einer Bandsperre

5. Welligkeit, (Ripple)

Bei bestimmten Filterkonstruktionen ergeben sich im Durchlaß- und/oder Sperrbereich mehr oder minder große Schwankungen im Amplitudenfrequenzgang. Diese Welligkeit (engl. Ripple) wird über eine dB-Zahl angegeben, die für die maximale Schwankungsbreite im Amplitudenfrequenzgang steht.

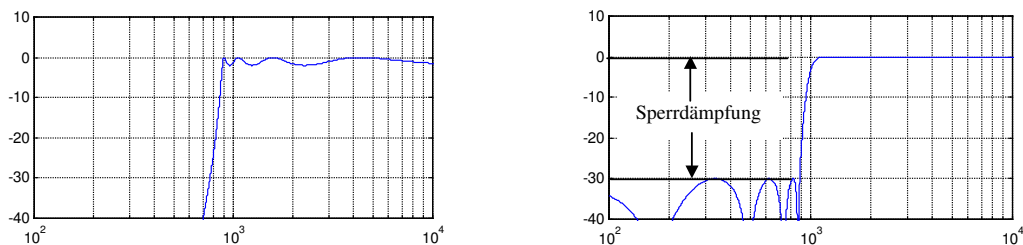


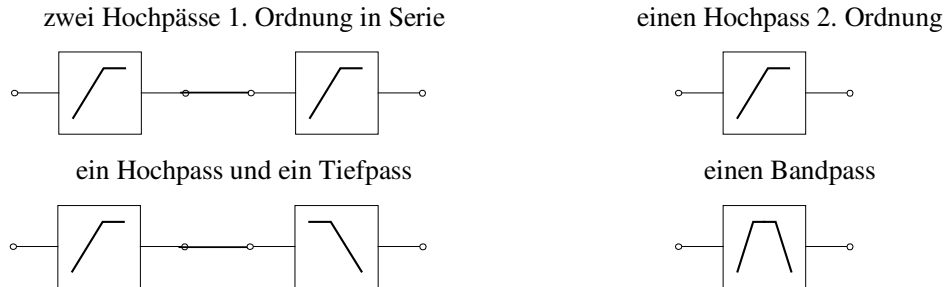
Abb. 15.8.: Welligkeit im Durchlaßbereich (linke Graphik) und im Sperrbereich (rechte Graphik) am Beispiel eines Chebyshev - Hochpass - Filters 8. Ordnung (links 2 dB Welligkeit).

6. Sperrdämpfung oder Stopband-Unterdrückung

Bei Filtern, die keinen stetigen Abfall des Amplitudenfrequenzganges besitzen, muß angegeben werden, um welchen Wert der Sperrbereich abgesenkt wird. Diese Sperrdämpfung wird in dB angegeben. Abb. 15.7. zeigt in der rechten Graphik einen solchen Filter. Die Sperrdämpfung ergibt sich durch den ungünstigsten Zustand der Welligkeit und beträgt in diesem Beispiel 30 dB.

15. 4. Kombination von Filtern

Filter können zur Konstruktion von komplexeren Filterfunktionen miteinander kombiniert werden. Z. B. ergeben



Diese Kombinationen funktionieren jedoch nur dann in dieser Art, wenn die Filterbausteine sich nicht gegeneinander beeinflussen. Bei der Kombination von passiven Filtern, also Filtern, die lediglich aus RLC-Bauelementen bestehen, beeinflussen die nachgeschalteten Impedanzen jedoch die vorangehenden und umgekehrt.

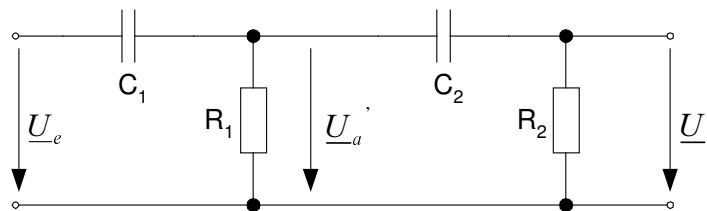


Abb. 15.9.: Belasteter Spannungsteiler

Dadurch muß z.B. für die Übertragungsfunktion des ersten Hochpasses anstelle von R_1 die Kombination aus R_1 , C_2 und R_2 berücksichtigt werden ($R_1 \parallel (X_{C_2} + R_2)$) usw.. Die Übertragungsfunktionen weichen erheblich von denen der einzelnen Filterbausteine 1. Ordnung ab.

Um sicherzustellen, daß keine Rückwirkungen einzelner Filterbausteine auf andere vorkommen, werden die einzelnen Filter voneinander **entkoppelt**. Dies geschieht z.B. über aktive Bauelemente (z.B. Operationsverstärker als Buffer geschaltet), die eine gegenüber den Impedanzen der Filter sehr hohe Eingangsimpedanz und eine sehr geringe Ausgangsimpedanz aufweisen. Damit werden die Einzelfilter nicht belastet. Jeder Filter verhält sich so, als wäre er alleine angeschlossen.

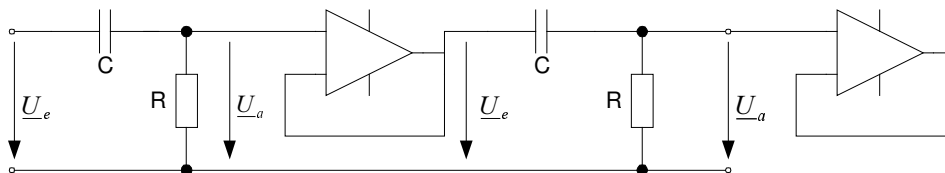


Abb. 15.10.: Zwei Filter 1. Ordnung die entkoppelt (über Operationsverstärker) kaskadiert sind. Der zweite Opamp am Ausgang des Filters stellt sich, daß der Filter nicht durch weitere Impedanzen belastet wird.

15. 5. Zusammengesetzte Übertragungsfunktionen

Für die Beschreibung einfacher Filterfunktionen kommt man im wesentlichen mit fünf Grundfunktionen aus:

K	$j \omega \tau$	$1 + j \omega \tau$	$\frac{1}{j \omega \tau}$	$\frac{1}{1 + j \omega \tau}$
-----	-----------------	---------------------	---------------------------	-------------------------------

Läßt sich eine beliebige Übertragungsfunktion \underline{V} als Produkt von Termen dieser Form darstellen, so kann das Bodediagramm durch die graphische Addition der einzelnen Produktterme gewonnen werden.

Ein Hochpass mit :
$$\underline{V} = \frac{j \omega \tau_0}{1 + j \omega \tau_0} = \underline{V}_1 \cdot \underline{V}_2$$
 setzt sich zusammen aus

$$\underline{V}_1 = j \omega \tau_0 \quad \text{und} \quad \underline{V}_2 = \frac{1}{1 + j \omega \tau_0} .$$

Aus diesem Zusammenhang lassen sich die Graphen für die Betragsfunktion konstruieren:

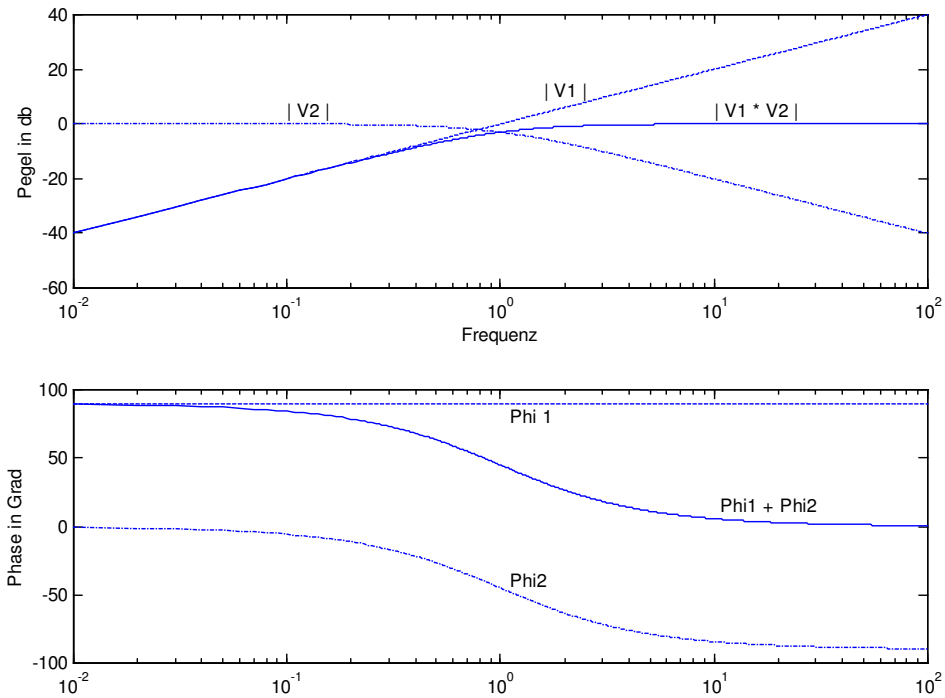


Abb. 15.11.: Zusammengesetzte Betrags- und Phasenfunktion für einen Hochpass

Für einen Bandpass gilt:
$$\underline{V} = \frac{1 + j \omega \tau_1}{1 + j \omega \tau_2} = \underline{V}_1 \cdot \underline{V}_2$$
 setzt sich zusammen aus

$$\underline{V}_1 = 1 + j \omega \tau_1 \quad \text{und} \quad \underline{V}_2 = \frac{1}{1 + j \omega \tau_0}$$

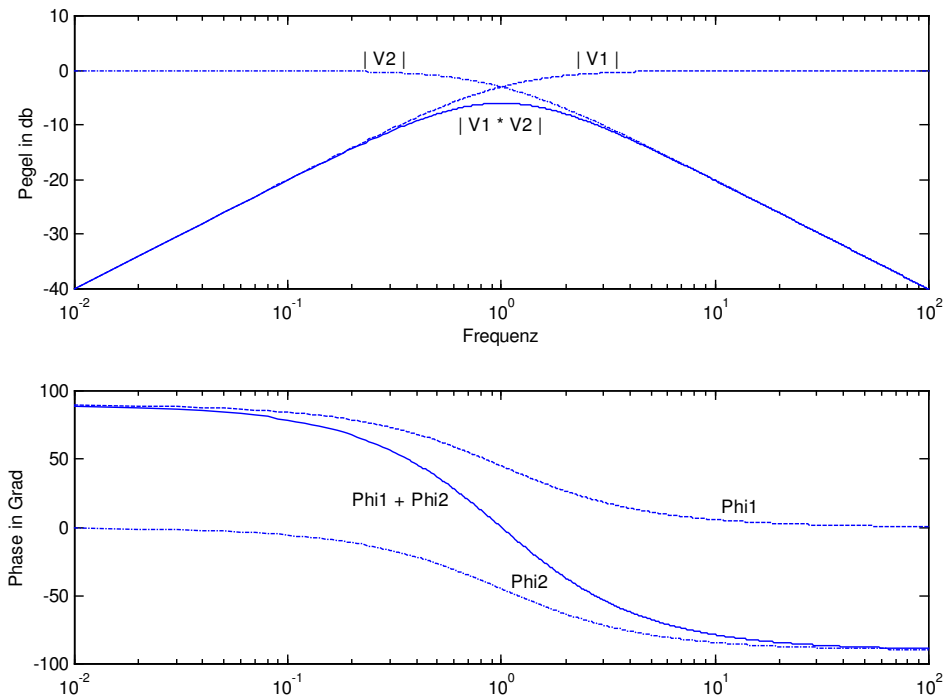


Abb. 15.11.: Zusammengesetzte Betrags- und Phasenfunktion für einen Bandpass

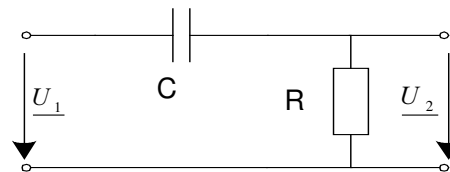
15. 6. Filterentwurf

Für die Konstruktion eines Filters muß zuerst der Filtertyp ausgewählt werden. Die Grenzfrequenz hängt von den Werten für R und C ab. Ein Wert wird vorgegeben, nach diesem kann der andere berechnet werden.

Beispiel:

Ein Hochpass mit der Grenzfrequenz von 1591 Hz soll berechnet werden. Vorgegeben ist ein Wert von $R = 100\text{k}\Omega$.

Schaltplan für einen Hochpass:



Der Wert für den Kondensator ergibt sich aus: $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

$$\text{Für } C \text{ gilt: } C = \frac{1}{2\pi f_0 R} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1590\text{Hz} \cdot 100\text{k}\Omega} = 1 \text{ nF}$$

Die Rechenschritt für einen Tiefpass sind identisch.

16. Frequenzgang von Schwingkreisen

16.1. Kenngrößen des Serienschwingkreis

Kap. 12.4. erläuterte die Impedanzverhältnisse von Schwingkreisen. Für den Serienschwingkreis gilt:

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad \text{mit der Betrag} \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Mit der Hilfe der Impedanz lassen sich die anderen Grundgrößen ableiten:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad \text{mit der Betrag} \quad I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Für die Spannungsbeträge, die an dem ohmschen Widerstand, dem Kondensator und der Spule

anliegen, ergeben sich: $U_R = I \cdot R \quad U_L = I \cdot \omega L \quad U_C = \frac{I}{\omega C}$

Die Resonanzfrequenz beschreibt diejenige Frequenz, bei der kapazitive Anteil der Impedanz

denselben Betrag wie der induktive Anteil annimmt. Aus $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ergibt sich die Resonanzfrequenz

mit $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Diese Formel ist für den Serien- und Parallelschwingkreis identisch.

16.2. Impedanz-, Strom- und Spannungsverlauf am Serienschwingkreises.

Am Beispiel zweier Serienschwingkreise, die sich lediglich im Betrag für den ohmschen Widerstand unterscheiden, soll die Frequenzabhängigkeit des Serienschwingkreises aufgezeigt werden.

$$\begin{array}{lll} L = 0.2533 \text{ H} & R_1 = 100 \text{ } \Omega & U = 12 \text{ V} \\ C = 100 \text{ nF} & R_2 = 1000 \text{ } \Omega & f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1000 \text{ Hz.} \end{array}$$

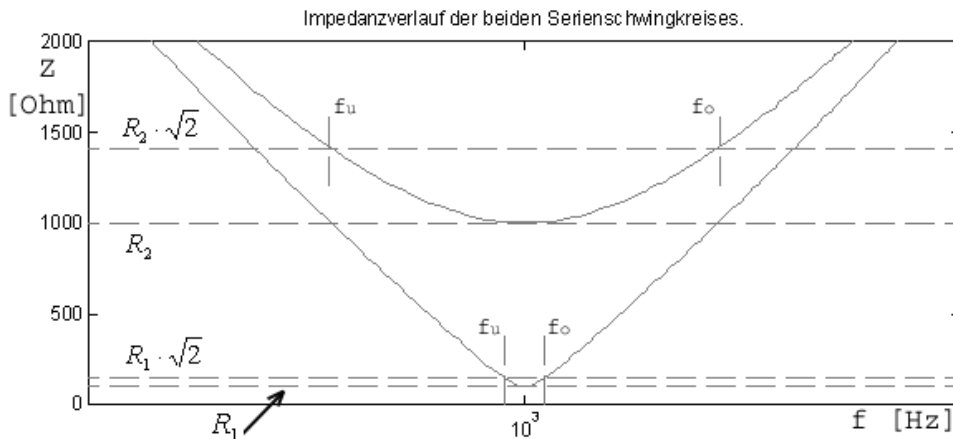


Abb. 16.1.: Impedanzverlauf der beiden Serienschwingkreise (x-Achse mit log. Frequenzskala).

Der unterschiedliche Betrag des ohmsche Widerstand bewirkt, daß sowohl die minimale Impedanz als auch der Impedanzverlauf um die Resonanzfrequenz sich ändert. Ein größerer ohmscher Widerstand erzeugt einen flacheren Verlauf der Kurve um die Resonanzfrequenz.

Als Maß für den Verlauf der Impedanz um die Resonanzfrequenz kann die Bandbreite b herangezogen werden. Sie beschreibt den Abstand der beiden Frequenzen f_u und f_o voneinander, bei denen der Widerstand um den Faktor $\sqrt{2}$ größer ist als die Impedanz bei der Resonanzfrequenz.

Es gilt: $Z_u = Z_o = \sqrt{2} \cdot Z_R = \sqrt{2} \cdot R$

Setzt man für Z_u bzw. Z_o die Formel für den Betrag der Impedanz ein, lassen sich die beiden Frequenzen errechnen. Es gilt:

$$\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{2} \cdot R \quad \text{bzw.}$$

für die untere Frequenz f_u $\omega_u = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{1}{LC} + (\frac{R}{2L})^2}$

für die obere Frequenz f_o $\omega_o = +\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{1}{LC} + (\frac{R}{2L})^2}$

Für die Bandbreite gilt dann:

$$b = \frac{\omega_o - \omega_u}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L}$$

Dieser Zusammenhang spiegelt sich ebenfalls in der Kurve für den Strom wider.

Mit $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$ gilt: $I_u = I_o = \frac{I_{Res}}{\sqrt{2}}$.

Es ergibt sich folgender Verlauf:

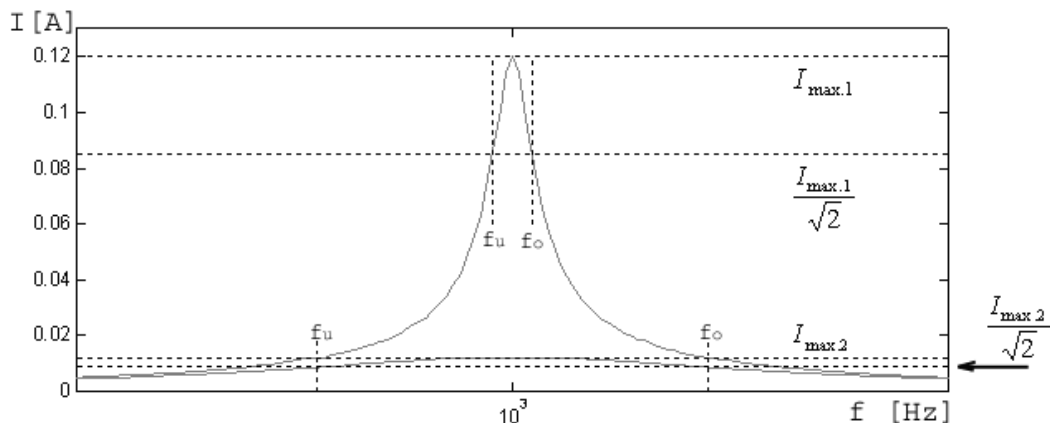


Abb. 16.2.: Stromverlauf durch die beiden Serienschwingkreise (x-Achse mit log. Frequenzskala).

Der Spannungsverlauf an den Komponenten des Serienschwingkreises ist dadurch gekennzeichnet, daß an Spule und Kondensator ein Vielfaches der angelegten Spannung auftreten kann. Da jedoch die

Teilspannungen an Spule und Kondensator eine Phasenverschiebung von 180° aufweisen, heben sich diese Spannungen auf (vergl. Kap 12.5).

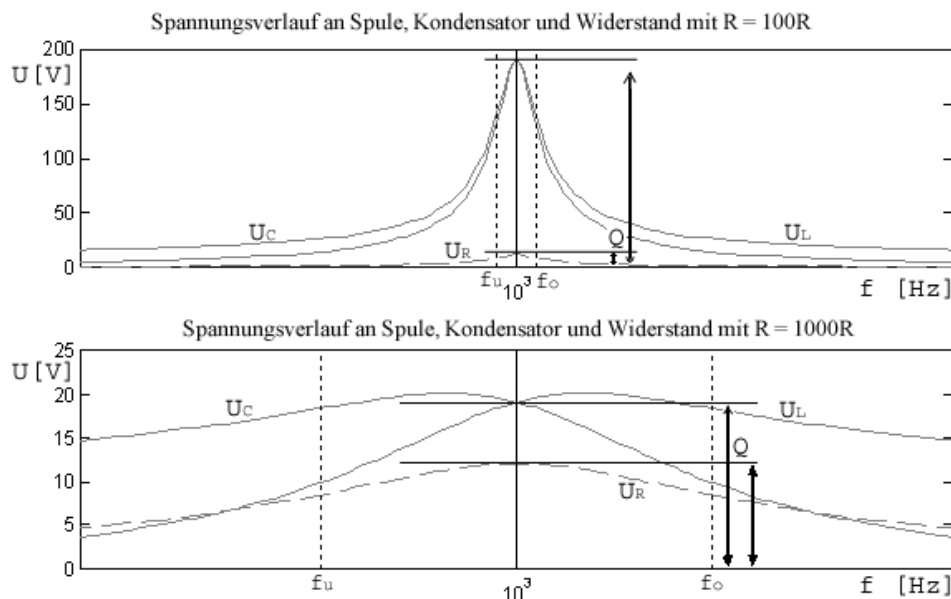


Abb. 16.3.: Spannungsverlauf über den Komponenten des Serienschwingkreises. (x-Achse mit log. Frequenzskala).

Die max. Spannungsüberhöhung der Spannungen von Spule bzw. Kondensator gegenüber der Spannung am ohmschen Widerstand kann ebenfalls als Kenngröße für die Eigenschaften des Schwingkreises herangezogen werden. Die Güte Q beschreibt das Verhältnis der an den Blindwiderständen auftretenden Spannung U_L und U_C zu der Versorgungsspannung U .

$$Q = \frac{U_{0L}}{U} = \frac{U_{0C}}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

Im aktuellen Beispiel ergeben sich folgende Werte für Q :

$Q_{R1} = \frac{\omega_{Res} \cdot 0.2533H}{100\Omega} = 15.92$	$Q_{R2} = \frac{\omega_{RES} \cdot 0.2533H}{1000\Omega} = 1.592$
$U_{0L} = U_{0C} = 12V \cdot 15.92 = 191 \text{ V}$	$U_{0L} = U_{0C} = 12V \cdot 1.592 = 19.1 \text{ V}$

Der Kehrwert der Güte wird als Dämpfung d bezeichnet: $d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC$.

Güte und Bandbreite beschreiben dieselben Eigenschaften eines Schwingkreise mit Hilfe unterschiedlichen Zusammenhänge. Deshalb lassen sich Güte und Bandbreite ineinander umrechnen.

Es gilt:

$$b = \frac{\omega_o - \omega_u}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L} = \frac{1}{2\pi} \cdot d \cdot \omega_o = d \cdot f_o$$

16. 3. Kenngrößen des Parallelschwingkreises

Kap. 12.4. erläuterte die Leitwertverhältnisse von Schwingkreisen. Für den Parallelschwingkreis gilt:

$$\frac{1}{Z_G} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad \text{mit der Betrag} \quad Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

Mit der Hilfe der Impedanz lassen sich die anderen Grundgrößen ableiten:

$$\underline{I} = \frac{U}{Z_G} = \underline{U} \cdot \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad \text{mit der Betrag} \quad I = U \cdot \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

Für die Beträge des Stroms, die durch den ohmschen Widerstand, dem Kondensator und der Spule

fließen, ergeben sich: $I_R = \frac{U}{R} \quad I_L = U \cdot \omega C \quad I_C = \frac{U}{\omega L}$

Die Resonanzfrequenz beschreibt diejenige Frequenz, bei der kapazitive Anteil der Impedanz

denselben Betrag wie der induktive Anteil annimmt. Aus $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ergibt sich die Resonanzfrequenz

mit $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Diese Formel ist für den Serien- und Parallelschwingkreis identisch.

16. 4. Impedanz- und Stromverlauf am Parallelschwingkreises.

Am Beispiel zweier Parallelschwingkreise, die sich lediglich im Betrag für den ohmschen Widerstand unterscheiden, soll die Frequenzabhängigkeit des Parallelschwingkreises aufgezeigt werden.

$L = 0.2533 \text{ H} \quad R_1 = 400 \Omega \quad U = 12 \text{ V} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1000 \text{ Hz.}$
 $C = 100 \text{ nF} \quad R_2 = 1000 \Omega$

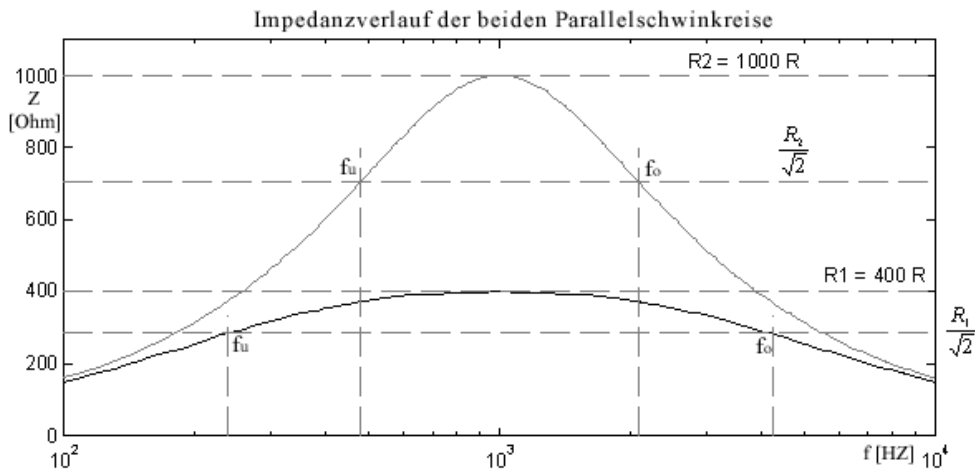


Abb. 16.1.: Impedanzverlauf der beiden Parallelschwingkreise (x-Achse mit logarithmischer Frequenzskala).

Der unterschiedliche Betrag des ohmsche Widerstand bewirkt, daß sowohl die maximale Impedanz als auch der Impedanzverlauf um die Resonanzfrequenz sich ändert. Ein kleinerer ohmscher Widerstand erzeugt einen flacheren Verlauf der Kurve um die Resonanzfrequenz.

Als Maß für den Verlauf der Impedanz um die Resonanzfrequenz kann die Bandbreite b herangezogen werden. Sie beschreibt den Abstand der beiden Frequenzen f_u und f_o voneinander, bei denen der

Widerstand um den Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ größer ist als die Impedanz bei der Resonanzfrequenz.

Es gilt:
$$Z_u = Z_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Z_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot R$$

Setzt man für Z_u bzw. Z_o die Formel für den Betrag der Impedanz ein, lassen sich die beiden Frequenzen errechnen. Es gilt:

$$Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2} = \frac{\sqrt{2}}{R} \quad \text{bzw.}$$

für die untere Frequenz f_u
$$\omega_u = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{LC} + (\frac{1}{2RC})^2}$$

für die obere Frequenz f_o
$$\omega_o = +\frac{1}{2RC} + \sqrt{\frac{1}{LC} + (\frac{1}{2RC})^2}$$

Für die Bandbreite gilt dann:

$$b = \frac{\omega_o - \omega_u}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$$

Dieser Zusammenhang spiegelt sich ebenfalls in der Kurve für den Strom wider.

Mit $I = U \cdot \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}$ gilt: $I_u = I_o = I_{Res} \cdot \sqrt{2}$.

Es ergibt sich folgender Verlauf:

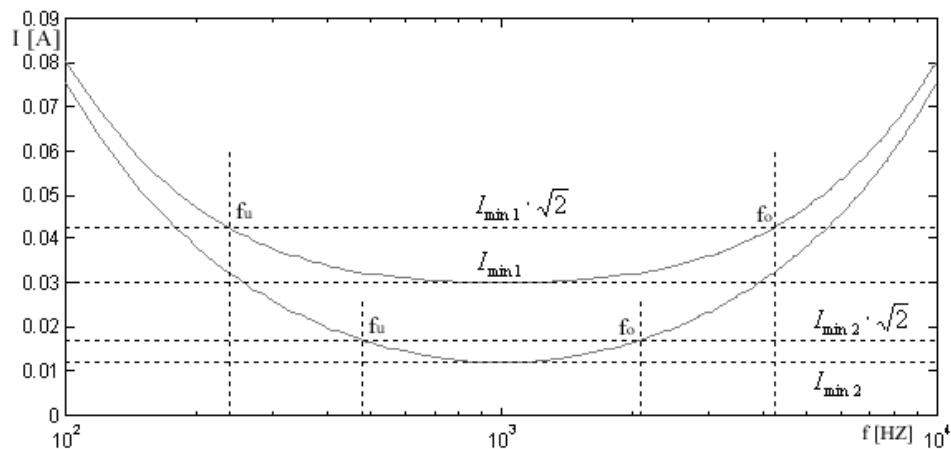


Abb. 16.2.: Stromverlauf durch die beiden Parallelschwingkreise (x-Achse log.Frequenzskala).

Der Stromverlauf an den Komponenten des Parallelschwingkreises ist dadurch gekennzeichnet, daß an Spule und Kondensator ein Vielfaches des Stroms auftreten kann. Da jedoch die Teilströme von Spule und Kondensator eine Phasenverschiebung von 180° aufweisen, heben sich diese gegenseitig auf (vergl. Kap 12.5.).

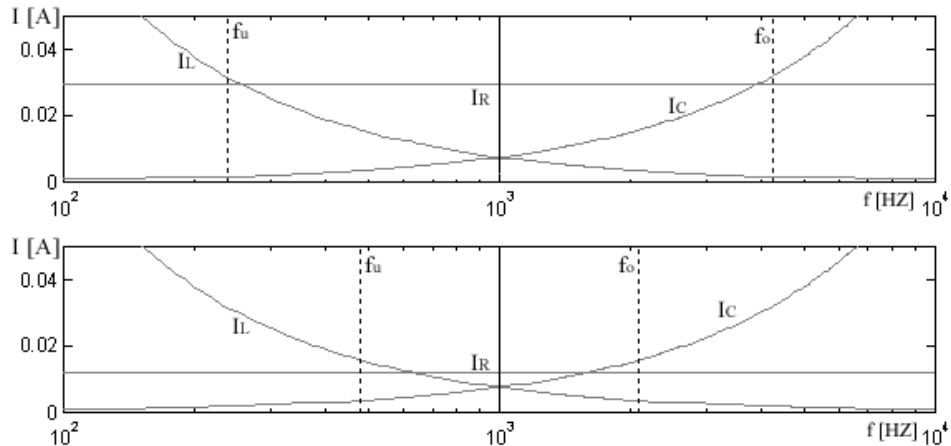


Abb. 16.3.: Spannungsverlauf über den Komponenten des Serienschwingkreises. (x-Achse log. Frequenzskala).

Die max. Stromüberhöhung des Teilstroms vom Widerstand zu den Blindströmen von Spule bzw. Kondensator bei der Resonanzfrequenz kann ebenfalls als Kenngröße für die Eigenschaften des Schwingkreises herangezogen werden. Die Güte Q beschreibt beim Parallelschwingkreis das Verhältnis der Teilströme durch Spule bzw. Kondensator I_L und I_C zu dem Gesamtstrom I bei der Resonanzfrequenz.

$$Q = \frac{I_{0L}}{I_0} = \frac{I_{0C}}{I_0} = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC$$

Im aktuellen Beispiel ergeben sich folgende Werte für Q :

$Q_{R1} = \frac{400\Omega}{\omega_{Res} \cdot 0.2533H} = 0.251$	$Q_{R2} = \frac{1000\Omega}{\omega_{Res} \cdot 0.2533H} = 0.628$
$I_{0L} = I_{0C} = I_0 \cdot 0.251 = 0.00762 \text{ A}$	$I_{0L} = I_{0C} = I_0 \cdot 0.628 = 0.00753 \text{ A}$

Der Kehrwert der Güte wird als Dämpfung d bezeichnet: $d = \frac{1}{Q} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$.

Güte und Bandbreite beschreiben dieselben Eigenschaften eines Schwingkreises mit Hilfe unterschiedlichen Zusammenhänge. Deshalb lassen sich Güte und Bandbreite ineinander umrechnen.

Es gilt: $b = \frac{\omega_o - \omega_u}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{\omega_0 RC} \cdot f_o = d \cdot f_o$

17. Nichtlineare Bauelemente

17.1. Halbleiter

Neben Leitern (Metalle, u.a.) und Isolatoren (Kunststoff, Papier, usw.) existiert eine weitere für die Elektrotechnik interessante Art von Stoffen, die Halbleiter. Ihre Leitfähigkeit ist kleiner als die von Leitern und größer als die von Nichtleitern.

Halbleiter haben im Gegensatz zu amorphen (ungeordneten) Stoffen eine Kristallstruktur, d.h. es gibt ein festes Strukturschema für die Anordnung der Atome. Beispiele für Halbleitermaterialien sind Germanium, Selen und Silizium.

Bei Nichtleitern sind die Elektronen fest an die Atomkerne gebunden. Damit sind keine Ladungsverschiebungen und keine elektrische Ströme möglich. Bei Leitern sind bestimmte Elektronen zwischen den Atomkernen frei beweglich. Bei Halbleitern sind die Elektronen zwar prinzipiell an das Kristallgitter gebunden, unter gewissen Voraussetzungen kann diese Bindung allerdings gelöst werden, so dass freie Ladungsträger entstehen. Dieser Vorgang ist stark temperaturabhängig.

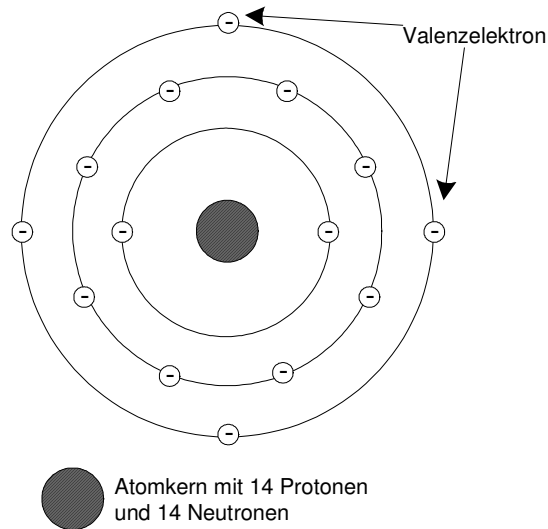


Abb. 17.1. : Modell eines Siliziumatoms

Durch die gezielte Verunreinigung eines Halbleiterkristalls mit Materialien, die sich nur unvollständig in die Kristallstruktur einpassen (Phosphor, usw.), kann erreicht werden, daß freie Elektronen (negative Ladung) im Werkstoff zur Verfügung stehen. Durch die Verschiebung dieser Elektronen im Werkstoff kann so ein Elektronenstrom entstehen.

Verunreinigt man den Halbleiterkristall mit Stoffen wie Aluminium, so bleiben bestimmte Kristallverbindungen offen, die dann besonders leicht freie Elektronen aufnehmen können. Eine derartige offene Verbindung wird Loch (positive Ladung) genannt. Löst sich ein benachbartes Elektron aus dem Kristallverbund, das dann vom Loch eingefangen wird, und springt in das vom Elektron erzeugte Loch wieder ein Elektron, so kommt es zu einer Ladungsverschiebung innerhalb des

Werkstoffs. Diese Ladungsverschiebung wird Löcherstrom genannt, da im wesentlichen die Löcher (fehlende Elektronen, also positive Ladungen) am Ladungstransport beteiligt sind.

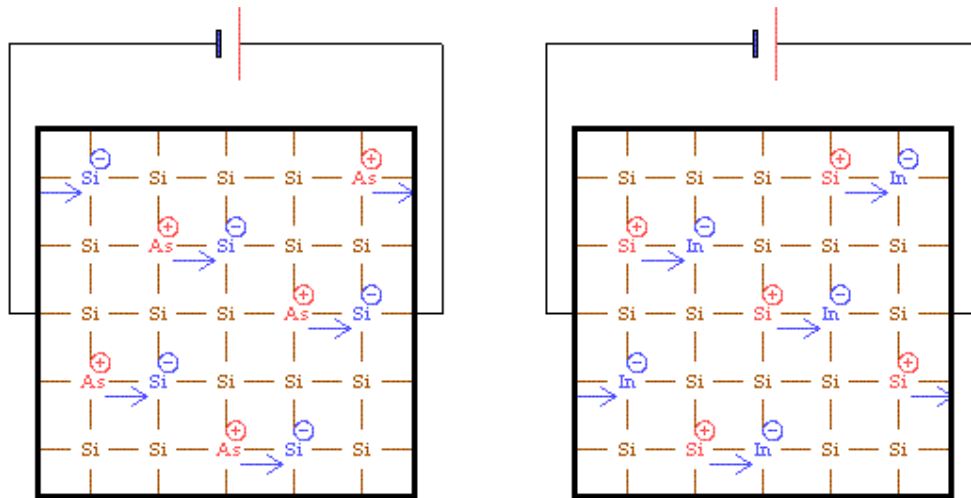


Abb. 17.2.: Löcherleitung in Halbleitern, links n-dotierter Halbleiter, rechts p-dotierter Halbleiter

N-dotierter Halbleiter (n wie negativ → Elektronenüberschuss)

Das *Arsen-Atom* (5. Hauptgruppe) besitzt fünf Valenzelektronen, wovon nur vier für die Bindungen zu den *Siliziumatomen* benötigt werden. Das fünfte Elektron ist daher sehr schwach am Arsenrumpf gebunden und kann leicht in das Gitter wandern (**Elektronenüberschuss am Siliziumatom**), das *Arsenatom* wird zum *Arsen+Ion*. Es entsteht eine **Elektronenleitung**.

P-dotierte Halbleiter (p wie positiv → Elektronenmangel)

Das *Indium-Atom* (3. Hauptgruppe) besitzt nur drei Valenzelektronen, d.h., es fehlt ein Elektron, um alle vier Bindungen zu den Siliziumatomen aufzubauen. Dieses eine Elektron wird aus der Valenzschale eines Silizium-Atoms herausgezogen (**Elektronenmangel am Siliziumatom**), das *Indium-Atom* wird zum *Indium-Anion*. Es entsteht eine **Defektelektronenleitung (Löcherstrom)**.

17.2. Die Diode

Werden zwei verunreinigte Stoffe, der eine mit freien Elektronen (n-dotiert), der andere mit freien Löchern (p-dotiert), zusammengefügt, so wandern die Elektronen aus der Umgebung der Kontaktstelle in das Gebiet mit den Löchern. Dieser Ausgleichvorgang führt zu einer Reduktion der beweglichen Ladungsträger, so dass eine sogenannte Sperrschicht entsteht. Gleichzeitig führt die Ladungsverschiebung zu einer Polarisierung der Sperrschicht. Eine derartige Anordnung wird Diode genannt.

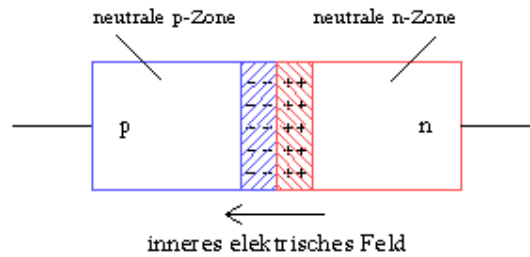


Abb. 17.3.: Bildung der Sperrschicht am PN-Übergang

Wird von außen eine Spannung an die Diode angelegt, so hängt es von deren Polarität ab, ob ein Strom durch die Diode fließt oder nicht. Man kann eine Diode in Durchlassrichtung oder Sperrrichtung betreiben.

Schließt man den Pluspol der äußeren Spannungsquelle an das p-dotierte Material an, so werden die Elektronen vom Minuspol abgestoßen und in die Sperrschicht hinein gedrückt. Wenn die Spannung so groß ist, dass die Elektronen durch die Sperrschicht hindurchgedrückt werden, entsteht ein Stromfluss zum Pluspol. Die Diode leitet. In diesem Fall ist die Diode in Durchlassrichtung geschaltet.

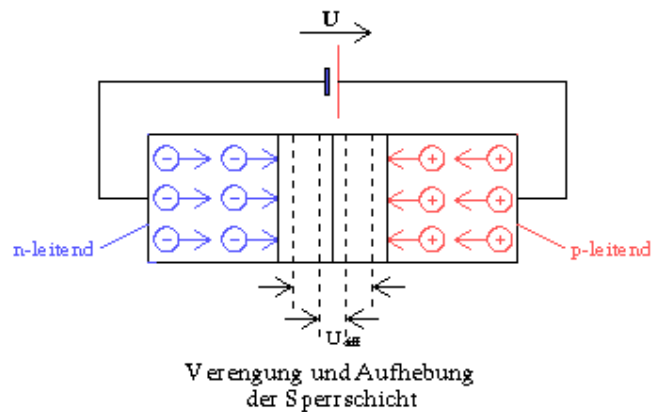


Abb. 17.4.: Fluß der Ladungsträger in Durchlassrichtung

Schaltet man den Pluspol der äußeren Spannungsquelle an die n-dotierte Schicht an, so werden die Elektronen dort abgesaugt und gleichzeitig die Löcher im p-dotierten Material durch Elektronen vom Minuspol aufgefüllt. Infolgedessen gibt es keine freien Ladungsträger mehr im Werkstoff. Die Diode sperrt. Jetzt ist die Diode in Sperrrichtung geschaltet.

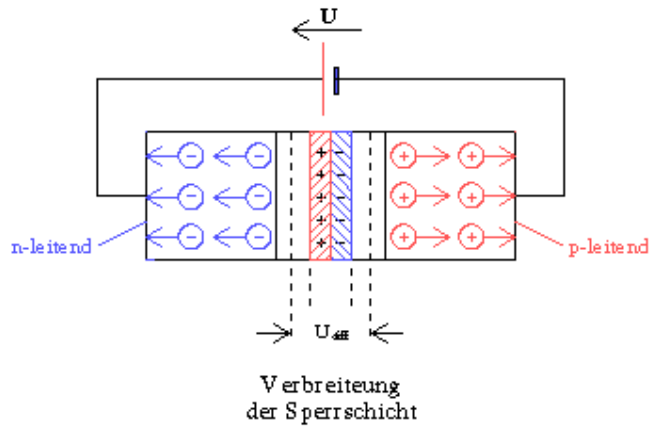


Abb. 17.5.: Verbreiterung der Sperrschicht im Sperrbetrieb

17.3. Die Dioden - Kennlinie

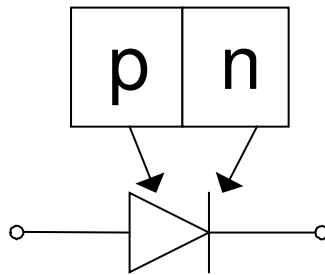


Abb. 17.6.: Symbol und Anschlussbelegung der Diode

Die obere Abbildung zeigt das Symbol und die Anschlussbelegung der Diode. Die nächste Abbildung zeigt eine Messschaltung zur Aufnahme der Widerstandskennlinie der Diode (Spannungs- und Strommessung). Der Vorwiderstand dient zur Strombegrenzung (s.u.).

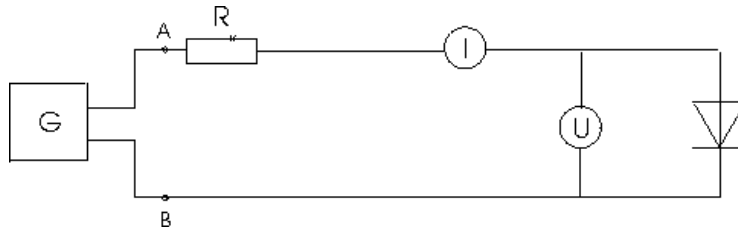


Abb. 17.7.: Schaltbild für die Aufnahme der Dioden-Kennlinie

Liegt an der Silizium-Diode eine positive Spannung (Pluspol am p-dotierten Bereich), so fließt bis zu einer Schwellspannung $U_D > 0,6 \text{ V}$ so gut wie kein Strom durch die Diode. Überschreitet die Spannung diesen Wert, so durchbrechen die Elektronen die Sperrschicht, und es setzt relativ schlagartig ein

Stromfluss ein. Überschreitet dieser Strom einen maximal zulässigen Wert, so wird die Diode aufgrund von Überlast zerstört.

Wird eine negative Spannung an die Diode angeschlossen, fließt innerhalb eines verhältnismäßig großen Spannungsbereiches nur ein vernachlässigbarer Strom durch die Diode. Erst wenn die negative Spannung einen Maximalwert U_z überschreitet, setzt auch in diesem Fall schlagartig ein Stromanstieg ein, der (abgesehen von speziell für diesen Zweck entwickelten Z-Dioden) in der Regel zur Zerstörung der Diode führt.

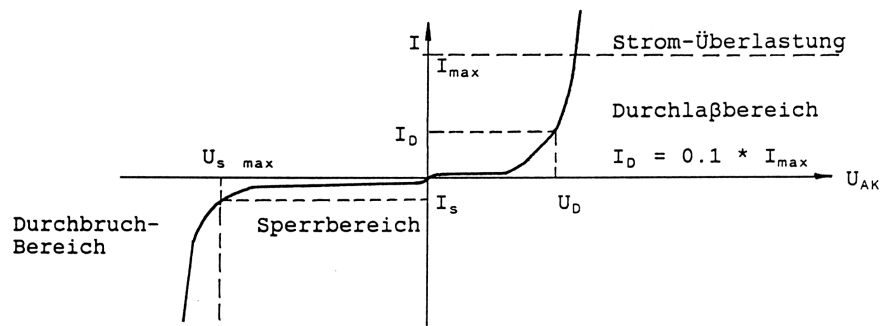


Abb. 17.8.: I,U - Kennlinie einer Silizium-Diode

17. 4. Die Diode als Gleichrichter

Die folgende Schaltung zeigt die Diode als Einweggleichrichter und die Spannungskennlinien an der Diode:

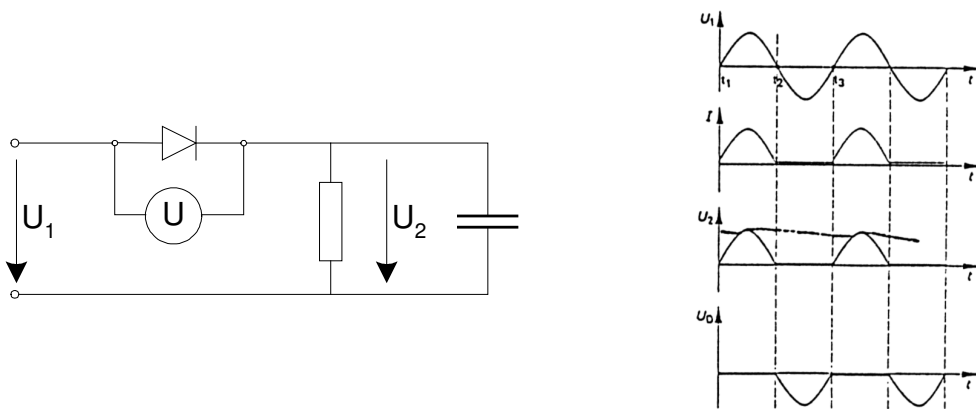


Abb. 17.9.: Einweg-Gleichrichter-Schaltung

Legt man an diese Schaltung eine Wechselspannung U_1 , so wird während der positiven Halbwelle die Diode in Durchlassrichtung betrieben. Wie bei einem Leiter erscheint dann die Eingangsspannung am Ausgang als Spannung U_2 . Bei der negativen Halbwelle verhält sich die Diode wie ein Isolator, und die Halbwelle wird nicht an den Ausgang weitergegeben.

Eine derartige Funktionsweise wird Gleichrichtung genannt, da nur gleiche Halbwellen (in diesem Fall mit positiver Polarität) an den Ausgang weitergegeben werden. Wird mit dieser gleichgerichteten

Spannung ein Kondensator aufgeladen, so kann durch den Speichereffekt aus einer Wechselspannung näherungsweise eine Gleichspannung erzeugt werden (Kennlinie 3).

Die folgende Schaltung zeigt eine weitere Gleichrichterschaltung, den Brückengleichrichter:

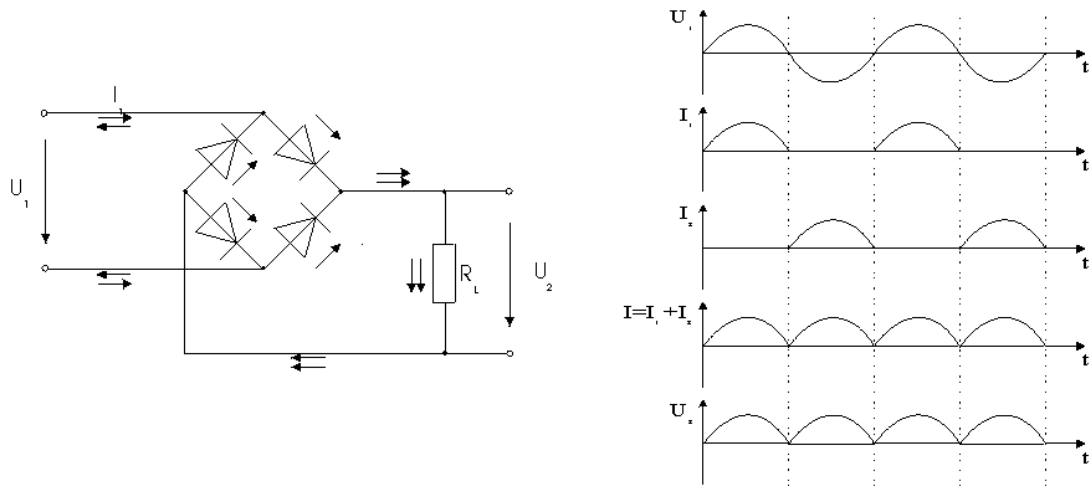


Abb. 17.10.: Brücken-Gleichrichter und Kennlinien

Schaltet man vier Dioden zu dieser besonderen Schaltung zusammen, so wird erreicht, daß die negative Halbwelle bei der Gleichrichtung nicht einfach ausgeblendet, sondern in die positive Richtung 'geklappt' wird. Dies führt zu einer effizienteren Gleichrichtung, da nun beide Halbwellen zur Aufladung des Kondensators benutzt werden können.

17.5. Der Transistor

Bipolare Transistoren bestehen aus einer Schichtabfolge von npn- bzw. pnp-dotiertem Material. Die Art der Dotierung und der mechanische Aufbau führen dann zu einem elektronischen Bauteil, das in der Lage ist, elektrische Ströme (und Spannungen) zu verstärken.

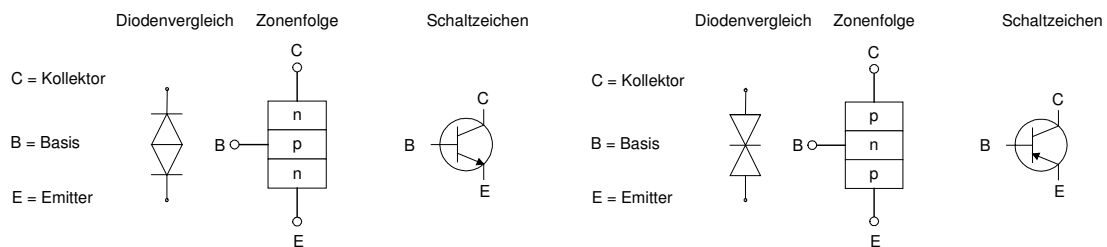


Abb. 17.11.: Grundstruktur und Symbol des npn - (links) und des pnp (rechts) – Transistors

Alle drei Schichten des Transistors sind mit einem elektrischen Kontakt versehen. Dieser Anschlüsse werden als Emitter (emittere (lat.) aussenden), Basis und Kollektor (collectus (lat.) aufgesammelt) bezeichnet.

Beim npn-Transistor stellen sich dabei die folgenden Zustände ein:

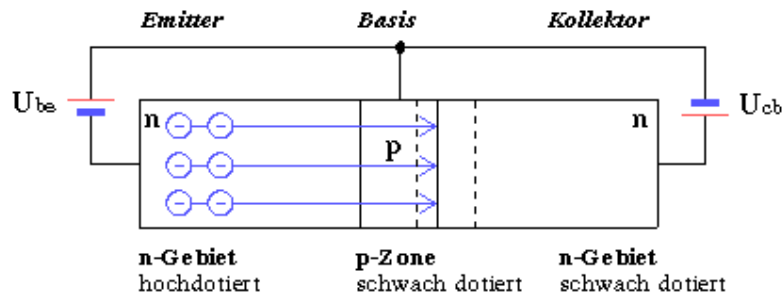


Abb. 17.12.: Wirkungsweise des npn-Transistors

Legt man zwischen Basis und Emitter des Transistors eine positive Spannung $U_{be} > 0,3 \text{ V}$ und liegt zwischen Kollektor und Emitter eine wesentlich größere Spannung, z.B. $U_{ce} = 5 \text{ V}$, dann führt eine kleine Änderung des Stromes I_b durch die Basis (I_b) zu einer großen Änderung des Stromes I_c durch den Kollektor (I_c).

Für pnp-Transistoren gilt die Funktionsweise entsprechend, nur erhalten Spannungen und Ströme dann ein negatives Vorzeichen.

16. 6. Transistor-Grundsaltungen

Bei der **Emitterschaltung** liegt der Emitter auf konstantem Potential, bildet also für den Ausgang und Eingang den gemeinsamen Massepunkt. Die Emitterschaltung ist die gebräuchlichste Transistorschaltung, wenn es um die möglichst rückwirkungsfreie Verstärkung von Spannungen geht.

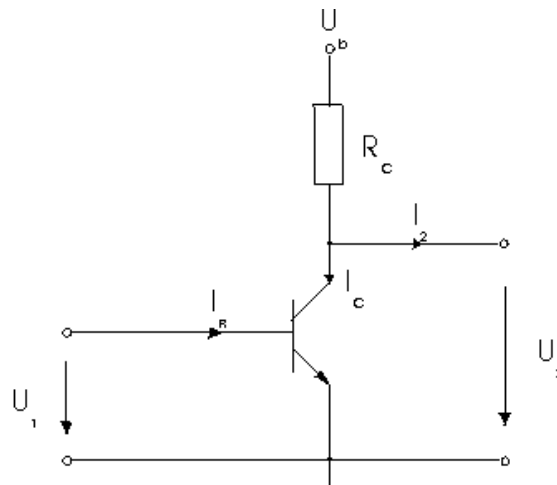


Abb. 17.13.: Emitterschaltung

Untersucht man Ausgangsstrom $|I_c|$ und Basisstrom $|I_b|$ stellt sich heraus, dass das Verhältnis $\beta = |I_c|/|I_b|$ nahezu über den gesamten Strombereich konstant ist.

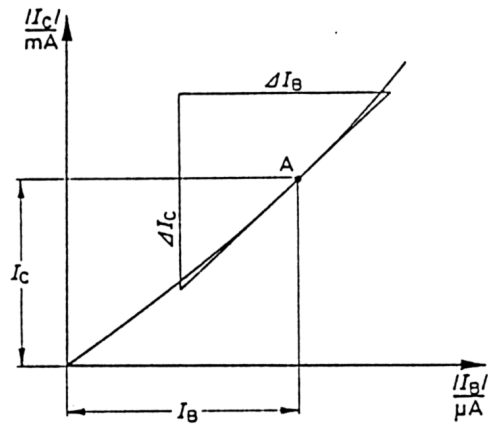


Abb. 17.14.: Stromverstärkungsfaktor

Der Strom durch den Kollektor I_c hängt jedoch nicht nur vom Basisstrom I_b , sondern auch von der Spannung U_{ce} zwischen Kollektor und Emitter ab.

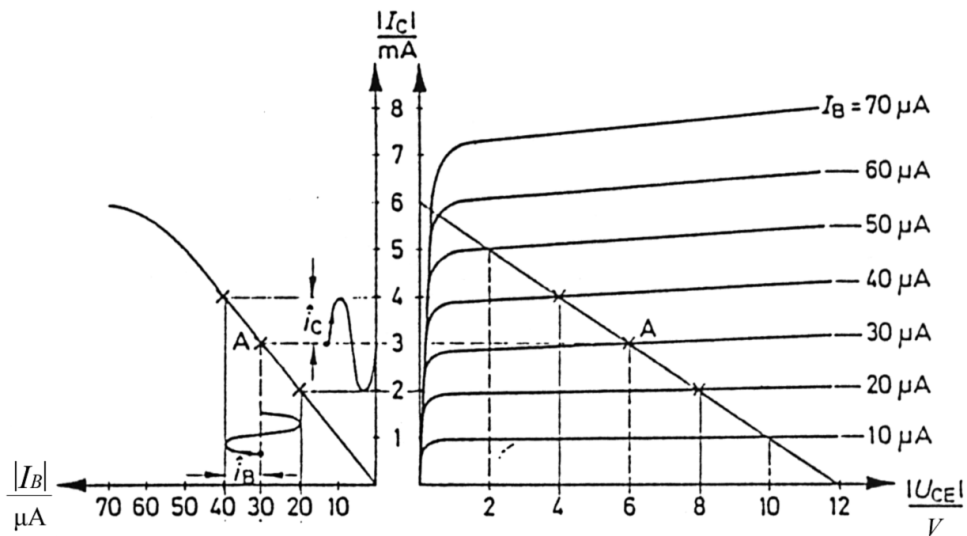


Abb. 17.15.: Ausgangs-Kennlinienfeld und Arbeitsgerade

Bei konstanter Versorgungsspannung U_b fällt in der Emitterschaltung mit steigendem Strom I_c ein immer größerer Teil der Versorgungsspannung am Widerstand R_c ab, so dass U_{ce} immer kleiner wird. Wird $I_c = 0$, so liegt die volle Versorgungsspannung an den Klemmen des Transistors. Wird I_c so groß, dass U_b vollständig am Widerstand R_c abfällt, liegt keine Spannung zwischen Kollektor und Emitter ($U_{ce} = 0$). Aus diesen beiden Extrempunkten ergibt sich die Arbeitsgerade, die alle Zustände beschreibt, die die Emitterschaltung in Abhängigkeit von U_b , R_c und dem Eingangsstrom I_b einnehmen kann.

Damit U_{ce} , die in dieser Schaltung gleichzeitig die Ausgangsspannung U_2 ist, sowohl positiv, als auch negativ ausgelenkt werden kann, wird ein Arbeitspunkt A in der Mitte der Arbeitsgerade gewählt. Aus dem Kennlinienfeld kann abgelesen werden, welcher Basis-Gleichstrom I_{b0} für den Arbeitspunkt notwendig wird. Dieser Gleichstrom muss von einer externen Stromquelle geliefert werden.

Berücksichtigt man weiter, dass der Eingangswiderstand des Transistors R_{be} im Arbeitspunkt im allgemeinen verhältnismäßig konstant ist, so kann die Arbeitspunkteinstellung auch durch eine Basis-Gleichspannung $U_{be0} = R_{be} \cdot I_{b0}$ vorgenommen werden.

Überlagert man U_{be0} mit einer kleinen zusätzlichen Signalspannung U_1 , so führt dies zu Änderungen des Basisstroms I_b , und somit zu wesentlich stärkeren Schwankungen des Kollektorstromes I_c . Diese Stromschwankungen führen schließlich zu einem unterschiedlichen Spannungsabfall an R_c und damit zu Änderungen der Ausgangsspannung U_2 .

Das Ergebnis ist eine Schaltung, die in der Lage ist, Spannungsschwankungen zu verstärken. Es gilt:

$$\begin{aligned} \Delta U_2 &= \Delta(U_B - I_C \cdot R_C) \\ &= -\Delta I_C \cdot R_C \end{aligned}$$

$$\Delta U_1 = \Delta I_b \cdot R_{be}$$

$$\beta = \frac{\Delta I_c}{\Delta I_b}$$

Für die Verstärkung gilt:

$$\begin{aligned} V &= \frac{\Delta U_2}{\Delta U_1} = -\frac{\Delta I_c \cdot R_c}{\Delta I_b \cdot R_{be}} \\ &= -\beta \cdot \frac{R_c}{R_{be}} \end{aligned}$$

Eingangswiderstand: $R_E \approx R_{be}$

Ausgangswiderstand: $R_A \approx R_c$

Die folgende Schaltung nennt man Kollektorschaltung. Der Ausgang liegt in diesem Falle am Emitter. Auf Grund ihrer Eigenschaften wird die Kollektorschaltung als Impedanzwandler eingesetzt (d.h. $V = 1$, Eingangswiderstand groß, Ausgangswiderstand klein). Damit kann man dann z.B. kaskadierte Übertragungsvierpole entkoppeln.

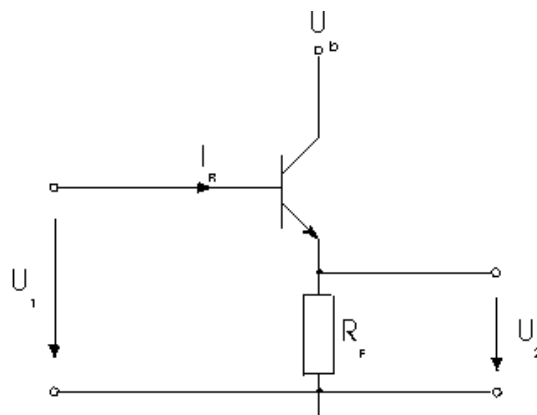


Abb. 17.16.: Kollektorschaltung

Für die Verstärkung gilt:

$$V = \frac{U_2}{U_1} \approx 1$$

Eingangswiderstand:	$R_E \approx \beta \cdot R_c$	kann sehr groß sein
Ausgangswiderstand:	$R_A \approx \frac{R_{be}}{\beta}$	sehr niedrig

Die dritte Grundschaltung wird Basisschaltung genannt (Die Basis ist der gemeinsame Bezugspunkt). Aufgrund ihres niedrigen Eingangs- und ihres hohen Ausgangswiderstandes, ist die Schaltung in der NF-Technik eher unüblich.

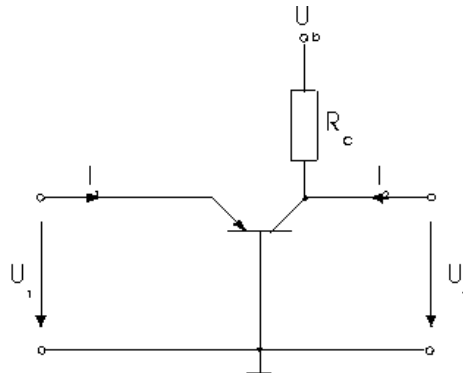


Abb. 17.17.: Basisschaltung

Die Verstärkung ist vergleichbar mit der der Emitterschaltung, allerdings mit positivem Vorzeichen.

Für die Verstärkung gilt: $V = \beta \cdot \frac{R_c}{R_{be}}$

Eingangswiderstand $R_E \approx \frac{R_{be}}{\beta}$ sehr klein

Ausgangswiderstand R_A sehr groß

Die Verstärkung von Signalen kommt dadurch zustande, daß der Strom einer Hilfsenergiequelle (Netzteil, Batterie) durch kleine Ströme beeinflusst werden kann (Relaiswirkung).

18. Verstärker

18.1. Verstärkungs-Vierpole

Die Übertragung elektrischer Signale ist immer verlustbehaftet, d.h. die elektrischen Spannungen und Ströme werden aufgrund einer endlichen Leitfähigkeit und Isolation der Übertragungstrecke immer kleiner.

Unabhängig davon wird für die unterschiedlichsten Anwendungsgebiete (Verstärkung der Mikrofon-Ausgangsspannung für die Schallwiedergabe über Lautsprecher, usw.) ein Gerät notwendig, das in der Lage ist, Spannungen und Ströme zu verstärken, d.h. in ihrer Amplitude zu vergrößern.

Die in der Systemtheorie für diesen Zweck vorgesehenen Schaltungen heißen Verstärkungs-Vierpole.

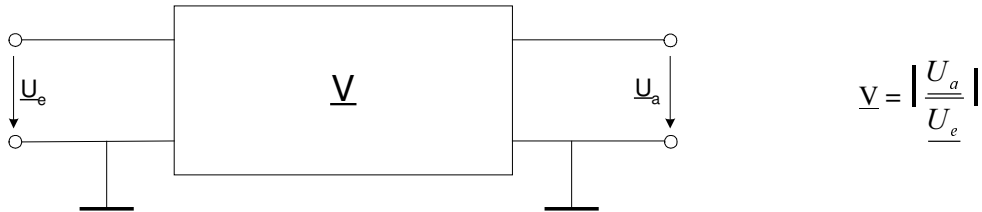


Abb.18.1.: Symbol Verstärkungs-Vierpol

Prinzipiell unterscheiden sich die Verstärkungs-Vierpole nicht von den bisher behandelten Vierpolen (Filter, Widerstands-Netzwerke). Im Unterschied zu ihnen, können nun die Ausgangsgrößen (Spannung, Strom, Leistung, usw.) auch größer sein als die entsprechenden Eingangsgrößen.

18.2. Rückgekoppelte Verstärker-Vierpole

Führt man den Ausgang eines Vierpols auf den Eingang zurück, so erhält man einen Regelkreis. Das Ziel eines Regelkreises ist die definierte Beeinflussung eines Daten- oder Mengenflusses. Erreicht wird dies, indem die Ausgangsgröße mit dem Eingang des Prozesses verglichen wird und, bei einer Abweichung von einem Sollwert, die Eingangsgröße beeinflusst wird.

Auf die Verstärkungs-Vierpole übertragen bedeutet dies, daß eine Rückwirkung der Ausgangsspannung auf den Eingang des Verstärkungs-Vierpols erreicht werden muss. Dafür wird dessen Eingangsspannung aus einer Verknüpfung der Eingangsspannung des Reglers und der rückgeführten Ausgangsspannung gewonnen. In Folge dessen wird das Übertragungsverhalten des so realisierten Regelkreises vor allem von der Art der Verknüpfung von Eingangssignal und rückgeführtem Ausgangssignal bestimmt.

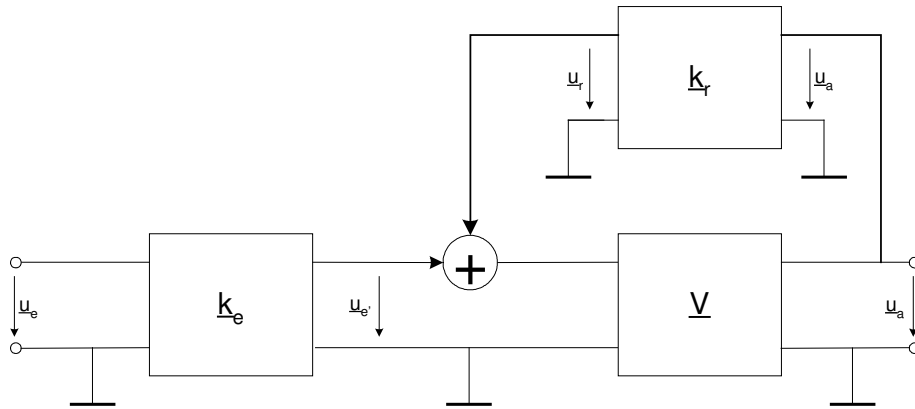


Abb.18.2.: Rückgekoppelter Verstärkungs-Vierpol

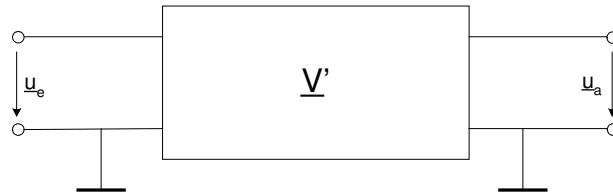


Abb. 18.3.: Ersatzschaltbild

\underline{k}_e und \underline{k}_r sind dabei zusätzliche Vierpole, die das Eingangs- und Ausgangssignal geeigneten Formen, so daß bei der Summation und Verstärkung durch den Verstärkungs-Vierpol der gewünschte Regelkreis entsteht.

Für die Berechnung der rückgekoppelten Verstärkung ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \underline{u}_d &= \frac{\underline{u}_a}{\underline{V}} \\
 &= \underline{u}_e' + \underline{u}_r \\
 &= \underline{k}_e \cdot \underline{u}_e + \underline{k}_a \cdot \underline{u}_a \\
 \rightarrow \quad \underline{u}_a \cdot \left(\frac{1}{\underline{V}} - \underline{k}_r \right) &= \underline{k}_e \cdot \underline{u}_e \\
 \rightarrow \quad \underline{V}' &= \frac{\underline{u}_a}{\underline{u}_e} \\
 &= \frac{\underline{k}_e}{\frac{1}{\underline{V}} - \underline{k}_r} \\
 &= \frac{\underline{k}_e \cdot \underline{V}}{1 - \underline{k}_r \cdot \underline{V}}
 \end{aligned}$$

Für Verstärkungs-Vierpole mit sehr großem $|\underline{V}|$ gilt:

$$\underline{V}' \approx - \frac{\underline{k}_e}{\underline{k}_r} \quad (\text{für } \underline{V} \gg 1)$$

18.3. Operationsverstärker

Für die Entwicklung analoger Rechenschaltungen war Ende der sechziger Jahre ein Schaltkreis mit folgenden Eigenschaften entwickelt worden:

- Gleichspannungs-Eingang (potentialfreier Differenzeingang, d.h. die beiden Eingangsklemmen haben keine Verbindung zur Masse).
- Hohe Verstärkung der Differenz-Eingangsspannung (Spannung zwischen den beiden Eingangsklemmen): $V > 100000$.
- Keine Verstärkung der Gleich-Eingangsspannung (Spannung der Eingangsklemmen zur Masse).
- Hohe Eingangsimpedanz: $Z_e > 1 \text{ M}\Omega$
- Niedrige Ausgangsimpedanz: $Z_a < 100 \Omega$
- Integration der Schaltung auf einem Chip.

Nachdem sich herausstellte, daß aufgrund der angeführten Eigenschaften mit diesem Chip und wenigen zusätzlichen Bauteilen nahezu jede beliebige Übertragungsfunktion realisiert werden kann, setzte eine rasante Entwicklung dieser sogenannten Operationsverstärkerschaltungen ein. Heute gibt es kaum noch eine elektronische Schaltung, die nicht in irgendeiner Form Operationsverstärker enthält.

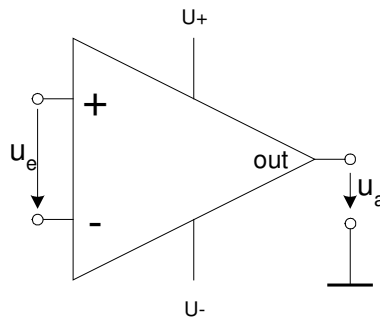


Abb. 18. 4.: Schaltsymbol eines Operationsverstärker

Der Operationsverstärker benötigt je eine positive und negative Versorgungsspannung (U_+ und U_-) und einen gemeinsamen Masse-Anschluss. Die Eingangsspannungen können innerhalb gewisser Grenzen einen Offset gegenüber Masse besitzen, ohne dass sich dieser an der Ausgangsspannung bemerkbar macht. Die Ausgangsspannung des Operationsverstärkers wird gegen Masse abgenommen und kann positive und negative Werte annehmen.

18. 4. Der invertierende Verstärker

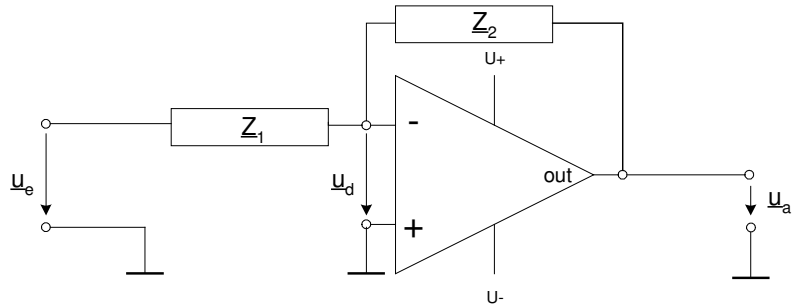


Abb. 18. 5.: Schaltbild des invertierenden Verstärkers

Berechnung des Übertragungsfaktors: $\underline{V}' = \frac{u_a}{u_e}$

$$\rightarrow \underline{V}' \approx -\frac{k_e}{k_r} \quad (\text{für } \underline{V} \gg 1)$$

$$\underline{k}_r = \frac{u_d}{u_a} \quad \left| \quad u_e' = 0 \text{ wenn } u_e = 0 \right.$$

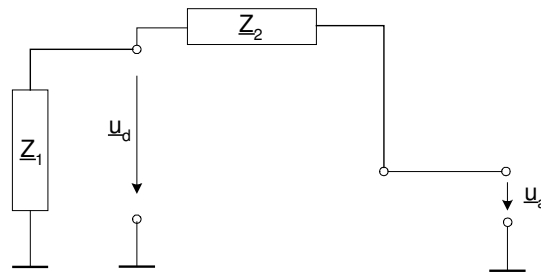


Abb. 18. 6.: Ersatzschaltbild für $u_e = 0$

$$\underline{k}_r = \frac{u_d}{u_a} \quad \left| \quad u_e = 0 \right.$$

$$= -\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{Spannungsteilerregel})$$

$$\underline{k}_e = \frac{u_d}{u_e} \quad \left| \quad u_r = 0 \right.$$

$$\rightarrow \underline{u}_a = 0$$

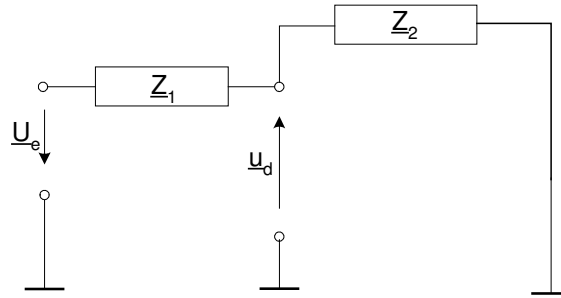


Abb. 18.7.: Ersatzschaltbild für $u_a = 0$

$$\begin{aligned}
 \underline{k}_r &= \left. \frac{u_d}{u_a} \right|_{u_a = 0} \\
 &= -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \\
 \underline{V}' &= -\frac{\underline{k}_e}{\underline{k}_r} \\
 &= -\frac{\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}}{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}} \\
 &= -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}
 \end{aligned}$$

Der komplexe Übertragungsfaktor der Schaltung wird demnach nur vom Verhältnis der beiden Impedanzen \underline{Z}_1 und \underline{Z}_2 bestimmt.

Für die Eingangsimpedanz gilt: $\underline{Z}_e = \underline{Z}_1$

Für die Ausgangsimpedanz gilt: \underline{Z}_a ist sehr klein

(in der Regel um ein Vielfaches kleiner als die Ausgangsimpedanz des Operationsverstärkers)

Die Vorteile der Schaltung sind: Es gibt keinen Eingangsspannungs-Offset gegenüber Masse, d.h. eine eventuelle Restverstärkung der Gleichtakt-Eingangsspannung im Operationsverstärker führt zu keinem Fehler am Ausgang.

Die Nachteile sind: Die Ausgangsspannung ist gegenüber der Eingangsspannung invertiert (daher der Name der Schaltung). Die Eingangsimpedanz \underline{Z}_e hängt von der Beschaltung (\underline{Z}_1) ab.

17. 5. Der nicht - invertierende Verstärker

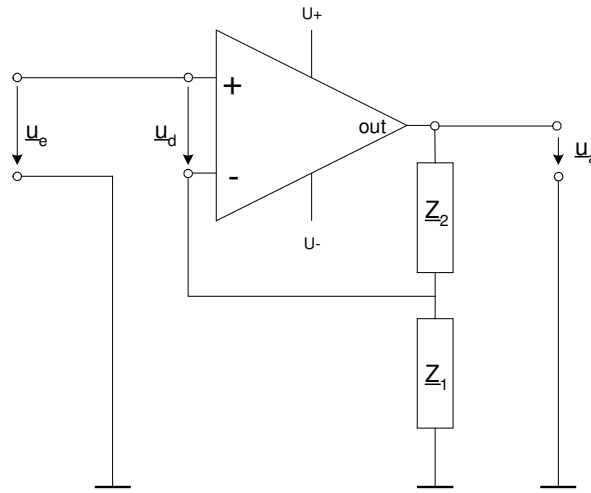


Abb. 18. 8.: Schaltbild des nicht - invertierenden Verstärkers

Der Übertragungsfaktor ergibt sich aus:
$$\underline{V}' = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$$

Für die Eingangsimpedanz gilt: \underline{Z}_e ist sehr groß

Für die Ausgangsimpedanz gilt: \underline{Z}_a ist sehr klein

(in der Regel um ein Vielfaches kleiner als die Ausgangsimpedanz des Operationsverstärkers)

Die Vorteile der Schaltung sind: Aus- und Eingangsspannung sind in Phase. Die Eingangsimpedanz \underline{Z}_e ist sehr groß.

Der Nachteil ist: Die Eingangsspannung des Operationsverstärkers enthält immer einen Gleichanteil gegenüber Masse. Dieser kann sich ggf. als Offset-Fehler am Ausgang bemerkbar machen.

18. 6. Anwendungsbeispiele

Setzt man für \underline{Z}_1 den Widerstand R_1 und für \underline{Z}_2 den einstellbaren Widerstand R_2 ein, so erhält man einen universellen einstellbaren Audio-Verstärker.

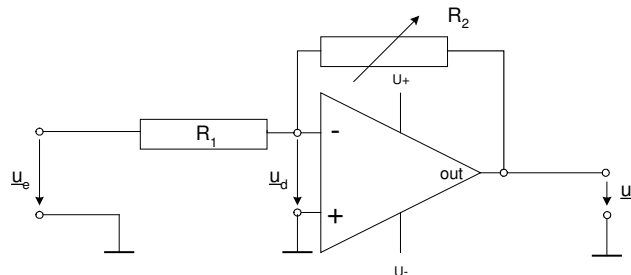


Abb. 18.9.: Gleichspannungsgekoppelter Audio-Verstärker

Für die Hintereinanderschaltung (Kaskadierung) von Filterbausteinen (z.B. RC-Gliedern) wird eine Entkopplung benötigt, die dafür sorgt, daß das nachgeschaltete Filter durch seine Eingangsimpedanz nicht das Frequenzverhalten der vorhergehenden Stufe verändert (vergl. Abschnitt 15.4.)

Da bestimmte Operationsverstärkerschaltungen einen sehr hohen Eingangswiderstand und einen niedrigen Ausgangswiderstand besitzen können, kann hiermit eine Entkopplung vorgenommen werden.

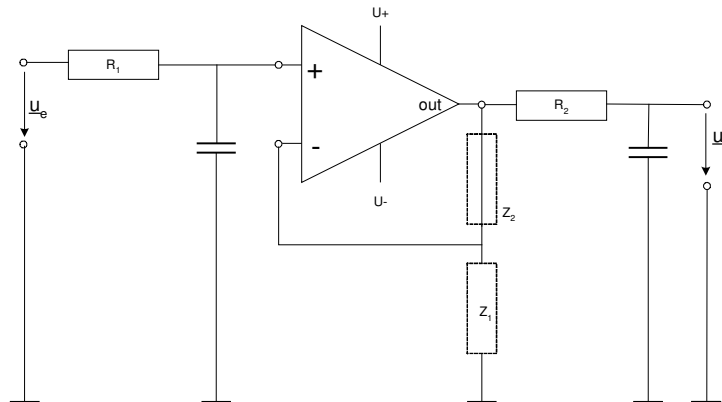


Abb. 18.10.: Operationsverstärker als Impedanzwandler (Entkopplung)

Die Schaltung entspricht vom Prinzip dem nichtinvertierenden Verstärker (gestrichelt angedeutet) mit

dem Unterschied: $Z_2 = 0$ und $Z_1 = \text{unendlich}$. Es gilt: $V = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} = 1$

Die erste Filterstufe wird nur mit dem Eingangswiderstand der Operationsverstärkerschaltung (sehr groß) belastet und damit praktisch nicht beeinflusst. Außerdem ist der Ausgangswiderstand des Impedanzwandlers sehr klein, so dass auch die zweite Stufe im Frequenzverhalten nicht verändert wird. Soll der Ausgang dieser Filterschaltung belastet werden, muß ein weiterer Impedanzwandler folgen.

Durch die Entkopplung der einzelnen Stufen können die Übertragungsfunktionen der einzelnen Stufen miteinander multipliziert werden. Für das Bodediagramm bedeutet dies, dass das Übertragungsverhalten aus der graphischen Addition der Amplituden- und Phasen-Frequenzgänge der einzelnen Stufen gewonnen werden kann.

Für die Übertragungsfunktion gilt:

$$\begin{aligned} \text{wenn} \quad \underline{V}_1 &= \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad \text{und} \quad \underline{V}_2 = \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2} \\ \underline{V} &= \underline{V}_1 \cdot \underline{V}_2 \\ \underline{V} &= \frac{1}{(1 + j\omega R_1 C_1) \cdot (1 + j\omega R_2 C_2)} \\ &= \frac{1}{(1 + j\omega RC)^2} \quad | \text{ für } R_1 C_1 = R_2 C_2 \end{aligned}$$

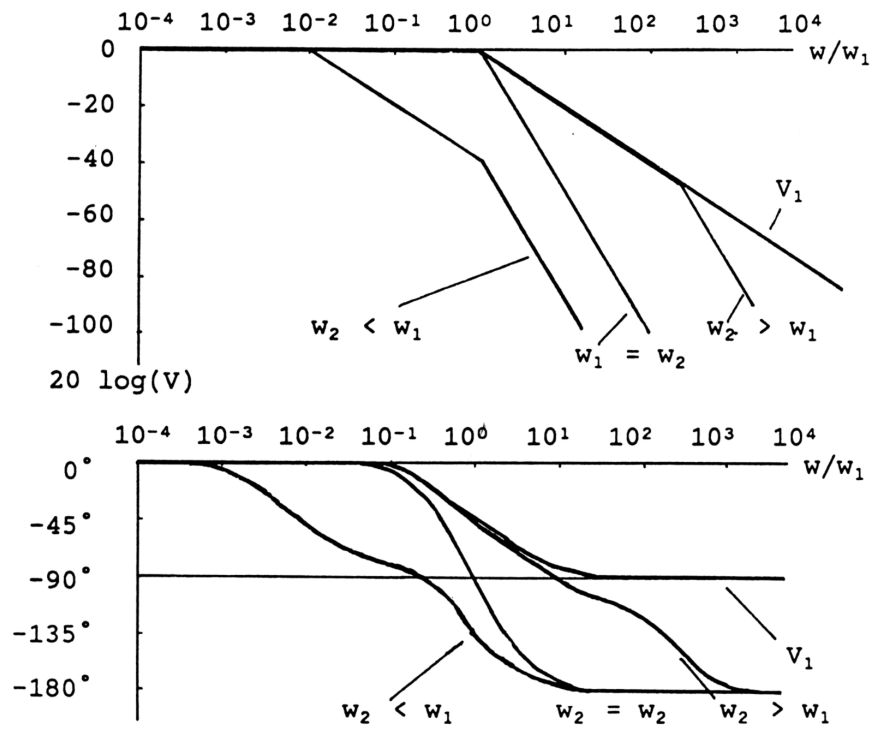


Abb. 18.12.: Bode-Diagramm des Filters 2. Ordnung bei unterschiedlichen Grenzfrequenzen w_1 und w_2